



Abhandlungen zur Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung mittels einer Umfrage am BG Rechte Kremszeile

Fachbereichsarbeit aus Mathematik

**Bundesgymnasium Rechte Kremszeile
Rechte Kremszeile 54
3500 Krems**

Vorgelegt bei MMag. Matthias Kittel

Von Lisa-Marie Wagner, 8AG

Eingereicht am 18.02.2011

Krems 2010/11

1. Einführung	3
1.1. Was sind Wahrscheinlichkeitsverteilungen?	3
1.2. Was ist Statistik?	3
1.3. Unterschied: Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Statistik	4
2. Arten der Wahrscheinlichkeitsverteilung	5
2.1. Die Zufallsvariable	5
2.2. Das sichere und das unmögliche Ereignis	5
2.3. Varianz, Erwartungswert und Standardabweichung	6
2.4. Die Binomialverteilung	8
2.5. Die Normalverteilung	10
2.6. Die Geometrische Verteilung	13
2.7. Die Poisson-Verteilung	14
2.8. Die hypergeometrische Verteilung	16
2.9. Die Gleichverteilung	17
2.10. Die Exponentialverteilung	18
3. Statistik	21
3.1. Allgemein	21
3.1.1. Begriffserklärung	21
3.1.2. Die Stichprobenerhebung	24
3.1.3. Arten von Diagrammen	25
3.2. Abhängigkeit zwischen zwei Merkmalen	30
3.2.1. Die Kovarianz	30
3.2.2. Lineare Regression	31
3.2.3. Korrelation	34
4. Auswertung der Umfrage	36
4.1. Absolute Werte und Prozentsätze	36
4.2. Korrelation	46
4.3. Grafische Darstellungen	55
Anhang	60

1. Einführung

1.1. Was sind Wahrscheinlichkeitsverteilungen?

Wahrscheinlichkeitsverteilungen geben die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Zufallsvariable¹ an.

Es gibt verschiedene Arten der Wahrscheinlichkeitsverteilung, diese werde ich in Kapitel 2 erörtern.

Definition:

Sei X eine Zufallsvariable, die die (endlich oder unendlich vielen) Werte $a_1, a_2, a_3, \dots$ annehmen kann. Wird jedem Wert a_1 eine Wahrscheinlichkeit $P(X=a_1)$ zugeordnet, so bezeichnet man diese Zuordnung als Wahrscheinlichkeitsverteilung von X (entnommen aus [10]).

Die Axiome von Andrei Kolmogoroff²

In seinem Werk „Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ (erschieden beim Heidelberger Springer-Verlag) veröffentlichte Andrei Kolmogoroff 1933 die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

- Jedem Ereignis E des Stichprobenraumes ist eine reelle Zahl $P(E)$, seine Wahrscheinlichkeit, zugeordnet.
- Für diese Funktion $P: E \rightarrow P(E)$, gilt:
 - Die Wahrscheinlichkeiten sind nicht negativ: $P(E) \geq 0$.
 - Die Wahrscheinlichkeit des sicheren Ereignisses S ist eins: $P(S) = 1$.
 - Die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei unvereinbaren Ereignissen entweder das eine oder das andere eintritt, ist gleich der Summe der beiden Wahrscheinlichkeiten: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ falls $A \cap B = \emptyset$.

1.2. Was ist Statistik?

Statistik beschäftigt sich mit dem Erheben, Auswerten und Darstellen von Daten. Oft ist es schwer, Statistiken richtig zu deuten. Eine Art Gebrauchsanweisung zum Verstehen von Statistiken findet man in [8] und [14].

¹ Definition in Kapitel 2.1.

² Russisch: Андрей Николаевич Колмогоров, Englisch: Andrey Kolmogorov, *25. April 1903 in Tambow; † 20. Oktober 1987 in Moskau.

Immer wieder hört man Zitate wie „Traue keiner Statistik, die du nicht selbst gefälscht hast“¹ oder „Es gibt drei Arten von Lügen: Lügen, verdammte Lügen und Statistiken.“² Tatsächlich wird oft mit Statistiken gelogen. Wie man erkennt, wo gelogen wird, erfährt man in [4].

In Österreich ist es die Bundesanstalt Statistik Österreich (kurz: Statistik Österreich), die sämtliche Statistiken erstellt und den Österreichern, dem Staat, der EU, den Vereinten Nationen und ihren Teilorganisationen zur Verfügung stellt. Die Homepage von Statistik Austria findet man unter:

[HTTP://WWW.STATISTIK.AT/WEB_DE/STATISTIKEN/INDEX.HTML](http://www.statistik.at/web_de/statistiken/index.html).

1.3. Unterschied: Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Statistik

Wahrscheinlichkeitsverteilungen machen Aussagen in die Zukunft, während sich die Statistik mit bereits erhobenen Daten beschäftigt.

So kann man zum Beispiel mithilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung den Ausgang einer Umfrage vorhersagen und durch die Auswertung der Daten (Statistik) die Vorhersagen überprüfen.

Die Begriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik werden unter dem Überbegriff Stochastik zusammengefasst.

In [1] findet man genaue Formeln, Erklärungen und Aufgaben zu den Themen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

¹ Dieser Satz wird meist Winston Churchill (* 30. November 1874 in Woodstock, † 24. Jänner 1965 in London) zugesprochen, jedoch ist unklar, ob wirklich er es war, der diesen Ausspruch getätigt hat. Nähere Informationen zu Winston Churchill findet man unter [HTTP://DE.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/WINSTON_CHURCHILL](http://de.wikipedia.org/wiki/Winston_Churchill).

² Dieses Zitat stammt von Benjamin Disraeli (* 21. Dezember 1804 in London, † 19. April 1881 in Mayfair). Informationen zu Benjamin Disraeli findet man unter [HTTP://DE.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/BENJAMIN_DISRAELI](http://de.wikipedia.org/wiki/Benjamin_Disraeli).

2. Arten der Wahrscheinlichkeitsverteilung

2.1. Die Zufallsvariable

Den Begriff der Zufallsvariable kann man am Beispiel eines Würfels erklären. Wirft man einen Würfel genau einmal, kann die geworfene Augenzahl die Werte 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 annehmen. Daher nennt man diesen Versuch einen Zufallsversuch. Das Ergebnis des Versuchs ist die sogenannte Zufallsvariable.

Zufallsvariablen werden mit Großbuchstaben, zum Beispiel X , bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, die man dieser Zufallsvariable zuordnet, heißt $P(X)$.

Definition:

Eine Zufallsvariable ordnet jedem Ausfall eines Zufallsversuches eine reelle Zahl zu.

Man unterscheidet zwei Arten von Zufallsvariable:

Die diskrete Zufallsvariable:

Als diskrete Zufallsvariable bezeichnet man jene Zufallsvariable, die endlich viele oder abzählbar viele Werte annehmen kann. Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung nennen wir diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung. Diese Art der Wahrscheinlichkeitsverteilung wird oft in einem Stabdiagramm dargestellt. Die Wahrscheinlichkeit entspricht dabei der Stablänge.

Die stetige Zufallsvariable:

Jene Zufallsvariable, die alle Werte in einem Intervall annehmen kann, heißt stetige Zufallsvariable. Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung wird daher stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung genannt. Die stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung können wir nicht als Stabdiagramm darstellen, sondern als Kurve. Hier entspricht die Wahrscheinlichkeit einem Teil des Flächeninhalts unter der Kurve. Der Flächeninhalt entspricht dem Integral der Dichtefunktion der Verteilung. Der Gesamtflächeninhalt unter der Kurve beträgt stets 1, denn es ist ein sicheres Ereignis, dass die Zufallsvariable einen Wert im Intervall annimmt.

2.2. Das sichere und das unmögliche Ereignis

Das sichere Ereignis:

Als sicheres Ereignis wird jenes Ereignis bezeichnet, das mit der Wahrscheinlichkeit 1 auftritt. Beispielsweise ist beim Würfeln ein sicheres Ereignis, dass man eine Zahl aus der Menge $M=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ erhält.

Das unmögliche Ereignis:

Unmögliches Ereignis nennt man jenes Ereignis, das mit der Wahrscheinlichkeit 0 auftritt. Dies möchte ich wieder am Beispiel des Würfels zeigen: Die leere Menge $L=\{\}$ ist nach dem Wurf ein unmögliches Ereignis, da stets eine Augenzahl zwischen 1 und 6 gewürfelt wird.

2.3. Varianz, Erwartungswert und Standardabweichung

Der Erwartungswert:

Im Großen und Ganzen lässt sich der Erwartungswert mit dem Mittelwert der Häufigkeit des Auftretens eines Ereignisses bei einem Zufallsversuch vergleichen.

Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariable:

Es sei X eine Zufallsvariable mit den Werten $a_1, a_2, \dots, a_k$ die mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \dots, p_k$ angenommen werden. Dann nennt man

$$\mu = E(X) = a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \dots + a_k \cdot p_k = \sum_{i=1}^k a_i \cdot p_i$$

den Erwartungswert von X (entnommen aus [10]).

Erwartungswert einer stetigen Zufallsvariable:

Ist X eine stetige Zufallsvariable mit Dichte $f(x)$ und existiert das uneigentliche¹ Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot f(x) dx$$

so heißt das Integral

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Erwartungswert von X (siehe [10]).

¹ Integrale, die als Grenze den Wert „unendlich“ oder eine Zahl, die nicht im Definitionsbereich der Funktion liegt, haben, werden als uneigentliche Integrale bezeichnet.

Die Varianz:

Die Varianz ist ein Wert, der die mittlere Abweichung zum Erwartungswert beschreibt. In den Bereich der ersten Varianz fallen etwa zwei Drittel aller Werte, in den Bereich der zweiten Varianz etwa 90 Prozent.

Varianz einer diskreten Zufallsvariable:

Es sei X eine Zufallsvariable mit den Werten $a_1, a_2, \dots, a_k$ die mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \dots, p_k$ angenommen werden. Dann nennt man

$$\sigma^2 = V(X) = (a_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + (a_2 - \mu)^2 \cdot p_2 + \dots + (a_k - \mu)^2 \cdot p_k = \sum_{i=1}^k (a_i - \mu)^2 \cdot p_i$$

die Varianz von X (entnommen aus [10]).

Varianz einer stetigen Zufallsvariable:

Ist X eine stetige Zufallsvariable mit Dichte $f(x)$ und existiert das uneigentliche Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot f(x) \, dx$$

so heißt das Integral

$$\sigma^2 = V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \, dx$$

die Varianz von X (entnommen aus [7]).

Die Standardabweichung:

Die Zahl $\sigma = \sqrt{V(X)}$ wird Standardabweichung von X genannt (siehe [10]).

2.4. Die Binomialverteilung

Die Binomialverteilung ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Häufigkeit des Eintretens eines Ereignisses bei einem Zufallsversuch ist binomialverteilt.

Wenn die Häufigkeit k ist und die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis einmal eintritt p , berechnet man die Wahrscheinlichkeitsverteilung P mit folgender Formel:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

$1-p$ wird als die Gegenwahrscheinlichkeit von p bezeichnet.

Anwendungsbeispiel: Multiple-Choice-Test:

Es gibt pro Frage 5 mögliche Antworten, pro Frage ist genau eine Antwort richtig.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, von 20 Fragen 5 richtig zu beantworten?

Die Wahrscheinlichkeit, von einer Frage genau eine richtig zu beantworten ist 0,2, weil pro Frage $\frac{1}{5}$ aller Antworten richtig ist und $\frac{1}{5} = 0,2$. Man will 5 richtige Antworten von 20 Fragen, das heißt das Ereignis ‚richtig‘ soll fünfmal auftreten. Daher:

$$p=0,2 \quad k=5 \quad n=20$$

$$P(X = 5) = \binom{20}{5} \cdot 0,2^5 \cdot (1 - 0,2)^{15} \approx 0,1746 \triangleq 17,46 \%$$

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, von 20 Fragen höchstens 3 richtig zu beantworten?

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) \approx 0,4114 \triangleq 41,14 \%$$

3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, von 20 Fragen höchstens 7 richtig zu beantworten?

$$P(X \leq 7) = 1 - [P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10)] \approx 0,9999 \triangleq 99,99 \%$$

Um die Addition vieler Wahrscheinlichkeiten zu vermeiden, errechnet man die Gegenwahrscheinlichkeit und zieht jene von eins ab.

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, von 20 Fragen mindestens 2 und höchstens 5 richtig zu beantworten?

$$P(2 \leq X \leq 5) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \approx 0,7350 \triangleq 73,50 \%$$

5) Wie viele Fragen müsste man beantworten, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 Prozent mindestens eine richtig zu beantworten?

$$1 - p(X = 0) \geq 0,99$$

Einsetzen in die Formel

$$1 - (1 - 0,2)^n \geq 0,99$$

Vereinfachung durch
Äquivalenzumformungen

$$-0,8^n \geq -0,01$$

Multiplizieren mit $-1 \rightarrow$
Ungleichheitszeichen wird umgekehrt

$$0,8^n \leq 0,01$$

Logarithmieren

$$\ln 0,8^n \leq \ln 0,01$$

Anwenden der Rechenregeln für
Logarithmus

$$n \cdot \ln 0,8 \leq \ln 0,01$$

Ausdrücken von n durch
Äquivalenzumformungen $\rightarrow$ weil
 $\ln 0,8 < 0$, Umkehrung des
Ungleichungszeichens

$$n \geq \frac{\ln 0,01}{\ln 0,8}$$

Berechnung von n

$$n \geq 20,63$$

Weil $n > 20,63$, muss man mindestens 21 Fragen beantworten, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% mindestens eine richtig zu beantworten.
Das Ergebnis muss immer aufgerundet werden, da die Wahrscheinlichkeit des abgerundeten Werts kleiner als 99 Prozent wäre.

Varianz und Erwartungswert in der Binomialverteilung:

Erwartungswert:

$$\mu = E(X) = n \cdot p$$

Varianz:

$$\sigma^2 = V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Ein gutes Beispiel, das demonstriert, wie man diese Formeln herleiten kann, findet man in [10], Seite 228.

6) Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung bei einem Multiple-Choice-Test mit 20 Fragen. Bei jeder Frage ist von 5 Antwortmöglichkeiten genau eine richtig.

$$\mu = E(X) = 20 \cdot \frac{1}{5} = 4$$

$$\sigma^2 = V(X) = 20 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{16}{5} = 3,2$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} \sim 1,79$$

2.5. Die Normalverteilung

Die Normalverteilung ist eine stetige (= kontinuierliche) Wahrscheinlichkeitsverteilung. Der Graph der Kurve wird Gauß'sche Glockenkurve genannt, da die Funktionsgleichung von Carl Friedrich Gauß¹ aufgestellt wurde.

Die Funktionsgleichung lautet:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Die Wahrscheinlichkeit entspricht der Fläche unter der Kurve der Funktion. Diese Fläche würde man durch Integrieren der Funktion berechnen, jedoch ist die gegebene Funktion

¹ * 30. April 1777 in Braunschweig; † 23. Februar 1855 in Göttingen.

analytisch nicht integrierbar. Gauß löste dieses Problem, indem er durch Transformation mithilfe einer Formel jede Normalverteilung in die Standardnormalverteilung umwandelte.

Die Formel für die Umrechnung lautet:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Gauß erstellte eine Tabelle, die die Wahrscheinlichkeit $\varphi(z)$ zu jedem z beschreibt. Die Wahrscheinlichkeit $P(X < x)$ entspricht $\varphi(Z)$.

Definition:

Eine Zufallsvariable X , deren Wahrscheinlichkeitsverteilung durch eine Gauß'sche Glockenkurve mit den Parametern μ und σ festgelegt ist, heißt normalverteilt mit den Parametern μ und σ . Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X bezeichnet man als Normalverteilung mit den Parametern μ und σ (entnommen aus [11]).

Beispiele für die Anwendung der Normalverteilung sind die positiven Noten einer Schulklasse bei einer Schularbeit, die Körpergröße, der Intelligenzquotient.

Beispiel:

Die Körpergrößen der Schüler einer Schulklasse sind normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1,70$ m und der Standardabweichung $\sigma = 0,05$ m.

1) Wie viel Prozent der Schüler sind kleiner als 1,72 m?

$$P(X < 1,72) = P\left(Z < \frac{1,72 - 1,70}{0,05}\right) = \varphi(0,4) = 0,6554 \triangleq 65,54 \%$$

Erst muss man durch Transformation den z-Wert errechnen, um dann in der von Gauß erstellten Tabelle der Standardnormalverteilung die zugehörige Wahrscheinlichkeit nachzuschlagen.

2) Wie viel Prozent der Schüler sind kleiner als 1,65 m?

$$P(X < 1,65) = P\left(Z < \frac{1,65 - 1,70}{0,05}\right) = \varphi(-1) = 1 - \varphi(1) = 0,1578 \triangleq 15,78 \%$$

Da in diesem Fall Z eine negative Zahl ist, berechnet man die Wahrscheinlichkeit wie folgt:

$$\varphi(-Z) = 1 - \varphi(Z)$$

3) Wie viel Prozent der Schüler sind größer als 1,71 m?

$$P(X > 1,68) = P\left(Z > \frac{1,71 - 1,70}{0,05}\right) = 1 - \varphi(0,2) = 0,4207 \triangleq 42,07 \%$$

In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit $1 - \varphi(Z)$, da $X > x$ ist. Daher ist die Gegenwahrscheinlichkeit von $\varphi(Z)$ zu berechnen.

4) Wie viel Prozent der Schüler sind zwischen 1,65 m und 1,75 m groß?

$$P(1,65 < X < 1,75) = P\left(\frac{1,65-1,70}{0,05} < Z < \frac{1,75-1,70}{0,05}\right) = \varphi(1) - \varphi(-1) = \varphi(1) - (1 - \varphi(1)) = 2 \cdot \varphi(1) - 1 = 0,6826 \triangleq 68,26 \%$$

Um den Prozentsatz der Menge zu ermitteln, die zwischen zwei Grenzen liegt, muss man die Wahrscheinlichkeit der kleineren Grenze von der Wahrscheinlichkeit der größeren Grenze subtrahieren:

$$P(a < Z < b) = \varphi(b) - \varphi(a)$$

5) Wie sind die Grenzen zu setzen, wenn die kleinsten und größten 5 Prozent der Schüler nicht an einem Sportwettkampf teilnehmen dürfen?

Mittels folgender Formel kann man z berechnen:

$$2 \cdot \varphi(z) - 1 = 0,9$$

Durch Äquivalenzumformungen erhält man:

$$\varphi(z) = 0,95$$

Mit Hilfe der von Gauß erstellten Tabelle lässt sich z bestimmen:

$$z = 1,65$$

Nun setzt man in die Formel der Transformation ein:

$$1,65 = \frac{x - 1,7}{0,05}$$

Man erhält den x-Wert durch Äquivalenzumformungen:

$$x = 1,7825 \approx 1,78 \text{ m}$$

Der x-Wert ist die obere Grenze. Die untere Grenze kann man, da die Grenzen denselben Abstand zum Mittelwert haben, durch das Subtrahieren der Differenz der oberen Grenze und des Mittelwerts vom Mittelwert errechnen:

$$1,70 - (1,7825 - 1,70) = 1,6175 \approx 1,62 \text{ m}$$

Das bedeutet, dass die 90 Prozent der Schüler, die am Wettkampf teilnehmen dürfen, zwischen 1,61 m und 1,78 m groß sind.

2.6. Die Geometrische Verteilung

Die geometrische Verteilung ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Zufallsvariable dieser Verteilung zählt, beim wievielten Zufallsversuch ein Ereignis zum ersten Mal eintritt.

Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Anzahl von Zufallsversuchen bis zum Eintreten dieses Ereignisses berechnet man mit folgender Formel:

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} \cdot p$$

Anwendungsbeispiel: „Mensch ärgere Dich nicht“. Die Mitspieler dürfen erst zu spielen beginnen, wenn sie die Augenzahl 6 gewürfelt haben.

1) Die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis beim dritten Wurf des Würfels eintritt, wäre:

$$P(X = 3) = \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,1157 \triangleq 11,57 \%$$

Varianz und Erwartungswert in der Geometrischen Verteilung

Erwartungswert:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{p}$$

Varianz:

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{1 - p}{p^2}$$

2) Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung beim Spiel „Mensch ärgere Dich nicht“:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{1 - \frac{1}{6}}{\left(\frac{1}{6}\right)^2} = 30$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{30}$$

2.7. Die Poisson-Verteilung

Die Poisson-Verteilung wird angewendet, wenn man die Wahrscheinlichkeit der Anzahl des Auftretens einer diskreten, binomialverteilten, seltenen Zufallsvariable berechnen will. Die Verteilung wird durch den Parameter λ , der gleichzeitig Varianz und Erwartungswert der Verteilung ist, bestimmt.

Die Wahrscheinlichkeit der Anzahl k des Eintretens des Ereignisses berechnet man mit folgender Formel:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

Es gilt: $\lambda = n \cdot p$

Anwendungsbeispiel: Nebenwirkungen bei Einnahme eines Medikaments:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Person Nebenwirkungen auftreten, beträgt $p = 0,002$.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 3000 Personen, die dieses Medikament testen, genau 2 Personen eine Gegenreaktion zeigen?

$$\lambda = n \cdot p = 3000 \cdot 0,002 = 6$$

$$P(X = 2) = \frac{6^2}{2!} \cdot e^{-6} \approx 0,0446 \triangleq 4,46 \%$$

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 3000 Personen, die dieses Medikament testen, mehr als eine Person eine Gegenreaktion zeigen?

$$P(X > 1) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 1 - \left(\frac{6^0}{0!} \cdot e^{-6} + \frac{6^1}{1!} \cdot e^{-6}\right) = 1 - e^{-6} \cdot \left(\frac{6^0}{0!} + \frac{6^1}{1!}\right) \approx 0,9826 \triangleq 98,26 \%$$

3) Wie groß muss die Stichprobe sein, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 Prozent bei mindestens einer Person Nebenwirkungen auftreten?

$$P(X \geq 1) \geq 0,99$$

$$1 - P(X = 0) \geq 0,99$$

$$1 - e^{-n \cdot 0,002} \geq 0,99$$

$$0,998^n \leq 0,01$$

oder

$$e^{-n \cdot 0,002} \leq 0,01$$

$$n \cdot \ln 0,998 \leq \ln 0,01$$

$$-n \cdot 0,002 \leq \ln 0,01$$

$$n \geq \frac{\ln 0,01}{\ln 0,998}$$

$$n \geq \frac{\ln 0,01}{-0,002}$$

$$n \geq 2300,28$$

$$n \geq 2302,585$$

Die Rechnung auf der rechten Seite ist die genauere, da links im vierten Schritt bereits gerundet wurde.

Daher: man müsste mindestens 2303 Personen testen, um mindestens eine zu finden, die eine Gegenreaktion zeigt.

Varianz und Erwartungswert in der Poisson-Verteilung

Erwartungswert:

$$\mu = E(X) = \lambda$$

Varianz:

$$\sigma^2 = V(X) = \lambda$$

4) Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung beim oben angeführten Beispiel:

$$\mu = E(X) = 0,002 \cdot 3000 = 6$$

$$\sigma^2 = V(X) = 0,002 \cdot 3000 = 6$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{6}$$

2.8. Die hypergeometrische Verteilung

Die hypergeometrische Verteilung ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung. Man verwendet sie, um zu berechnen, wie wahrscheinlich eine bestimmte Anzahl des Eintretens eines Ereignisses ist, wenn es zwei Möglichkeiten gibt. Sie wird angewendet, wenn einer großen Menge eine kleine Stichprobe entnommen wird.

Es gilt:

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

M ... vorhandene Anzahl des gewünschten Ereignisses

k ... Anzahl des Eintretens von M

N ... Anzahl aller Ereignisse

n ... Anzahl der Zufallsversuche

Anwendungsbeispiel: Lieferung von 50 Transistoren, 3 davon sind fehlerhaft. Durch die Entnahme von 4 Transistoren wird die Lieferung geprüft (entnommen aus [7]).

1) Wie wahrscheinlich ist es, dass 3 der 4 entnommenen Transistoren fehlerhaft sind?

$$P(X = 3) = \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{50-3}{4-3}}{\binom{50}{4}} \approx 0,0002 \triangleq 0,02 \%$$

Varianz und Erwartungswert in der hypergeometrischen Verteilung

Erwartungswert:

$$\mu = E(X) = n \cdot p$$

Varianz:

$$\sigma^2 = V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p) \cdot \frac{N-n}{N-1} \qquad p = \frac{M}{N}$$

2) Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung beim oben angeführten Beispiel:

$$\mu = E(X) = 4 \cdot \frac{3}{50} = 0,24$$

$$\sigma^2 = V(X) = 4 \cdot \frac{3}{50} \cdot \frac{47}{50} \cdot \frac{50-4}{50-1} \approx 0,21$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,21}$$

2.9. Die Gleichverteilung

Die Gleichverteilung ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie hat in einem Intervall $[a,b]$ eine konstante Wahrscheinlichkeitsdichte. Die Dichtefunktion $f(x)$ und die Verteilungsfunktion $F(x)$ lauten:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_0^x \frac{1}{b-a} dt = \frac{t}{b-a} \Big|_0^x = \frac{x}{b-a}$$

Es gilt: $f(x) \geq 0$ und $0 \leq F(X) \leq 1$.

Anwendungsbeispiel: Zufallsvariablen, die von einem Computer erzeugt werden, sind meist gleichverteilt.

Ein Computer soll nun Zufallsvariablen erzeugen, die im Intervall $[0,1]$ liegen.

1) Wie groß ist die Dichte im gegebenen Intervall?

$$f(x) = \frac{1}{1-0} = 1$$

2) Wie wahrscheinlich ist es, dass eine Zufallsvariable kleiner als 0,1 ist?

$$F(0,1) = P(X \leq 0,1) = \frac{0,1}{1-0} = 0,1 \triangleq 10 \%$$

3) Wie wahrscheinlich ist es, dass eine Zufallsvariable größer als 0,7 ist?

$$P(X \geq 0,7) = 1 - P(X \leq 0,7) = 1 - \frac{0,7}{1-0} = 0,3 \triangleq 30 \%$$

Varianz und Erwartungswert in der Gleichverteilung

Erwartungswert:

$$\mu = E(X) = \int_a^b x \cdot f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \frac{1}{b-a} \Big|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2 \cdot (b-a)} = \frac{b+a}{2}$$

Varianz:

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

4) Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung:

$$\mu = E(X) = \frac{1+0}{2} = 0,5$$

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{(1-0)^2}{12} = \frac{1}{12} \approx 0,1$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1}{12}} \approx 0,3$$

2.10. Die Exponentialverteilung

Die Exponentialverteilung ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Dichtefunktion $f(x)$ und die Verteilungsfunktion $F(x)$ lauten:

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_0^x \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} dt = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{-\lambda} \Big|_0^x = -e^{-\lambda \cdot x} + 1$$

Es gilt: $0 \leq f(x)$, $x \geq 0$ und $0 \leq F(X) \leq 1$.

Um den Parameter λ zu berechnen, benötigt man den Erwartungswert:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Anwendungsbeispiel: Die Dauer von zufälligen Zeitintervallen, wie zum Beispiel die Verspätung von Zügen, ist meist exponentialverteilt, da viele Züge eine kleine Verspätung haben und nur wenige wirklich lange auf sich warten lassen.

Auf einer Strecke beträgt die mittlere Dauer der Verspätung der Züge 5 Minuten (Idee aus [15]).

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrgast nicht länger als 3 Minuten auf seinen Zug warten muss?

$$E(X) = 5 = \frac{1}{\lambda}$$

$$P(X \leq 3) = 1 - e^{-0,2 \cdot 3} \approx 0,4512 \triangleq 45,12 \%$$

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrgast länger als 20 Minuten warten muss?

$$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 20) = 1 - (1 - e^{-0,2 \cdot 20}) \approx 0,0183 \triangleq 1,83 \%$$

Erwartungswert und Varianz in der Exponentialverteilung

Erwartungswert:

$$\begin{aligned} \mu = E(X) &= \int_0^{\infty} x \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx = \lambda \cdot x \cdot \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}}{-\lambda} \Big|_0^{\infty} - \lambda \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda \cdot x}}{-\lambda} dx = \frac{e^{-\lambda \cdot x}}{-\lambda} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} \cdot \\ &\left(-1 \cdot e^{-\lambda \cdot x} \Big|_0^{\infty} \right) = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Varianz:

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

3) Berechnung von Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{1}{\frac{1}{5^2}} = 25$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = 5$$

3. Statistik

3.1. Allgemein

3.1.1. Begriffserklärung

Quantitative Variable:

Als quantitative Variable werden jene Variablen bezeichnet, deren Werte Zahlen sind, zum Beispiel Entfernungen und Preise.

Qualitative Variable:

Als qualitative Variable werden die übrigen Variable bezeichnet, zum Beispiel Lieblingsblumen oder Geschlechtsmerkmale.

Die Urliste:

Als Urliste wird die Menge aller erhobenen Daten bezeichnet.

Beispiel: 10 Kinder werden gefragt, wie viel Taschengeld (in Euro) sie monatlich bekommen:
15 20 10 13 16 50 25 10 15 10

Die verschiedenen Arten von Skalierung (Informationen aus [12]):

- Kardinal skalierte Daten nennt man jene Daten, deren Abstand sich genau bestimmen lässt. Der Abstand dieser Daten ist auch aussagekräftig. Andere Namen für diese Skala sind metrische Skala oder Intervallskala.
- Ordinal skalierte Daten geben eine Reihenfolge an, zum Beispiel die Noten von 1 bis 5. Bei dieser Skala hätte es keinen Sinn, zwei Werte voneinander abzuziehen. Anderer Name: Rang(stufen)skala.
- Nominalskalierte Daten sind Bezeichnungen, wie zum Beispiel die Zeichen für männlich und weiblich.

Der Modus m :

Der Modus ist der häufigste Wert der Urliste. Er ist oft nicht aussagekräftig.

Im vorigen Beispiel wären dies die Kinder, die 10 € monatlich erhalten. Auch in diesem Fall sagt der Modus nichts aus, da 10 € ein Randwert¹ der Liste ist.

Der Median $\tilde{x}$:

Hat man eine geordnete Stichprobe mit einer ungeraden Anzahl von Werten, ist der Median der Wert genau in der Mitte. Wenn die Anzahl der Werte eine gerade Zahl ist, ermittelt man den Median durch die Berechnung des arithmetischen Mittels der beiden Werte, die in der Mitte liegen.

Das entspricht folgender Formel:

$$\tilde{x} = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2}$$

$x_{n/2}$... Wert, der links neben dem Wert in der Mitte liegt

Bei dieser Art der Mittelwertberechnung werden Ausreißer jedoch kaum berücksichtigt.

Beispiel der Urliste: 15 20 10 12 16 50 25 10 15 10

Der nächste Schritt ist das Ordnen der Liste: 10 10 10 12 15 15 16 20 25 50

Da eine gerade Anzahl von Werten vorliegt, setzt man in die Formel ein:

$$\tilde{x} = \frac{15+15}{2} = 15 \text{ €}$$

Die Quartile:

Quartile teilen die Stichprobe in 4 Teile.

$$q_1 = x_{n \cdot 0,25} \quad q_2 = \tilde{x} \quad q_3 = x_{n \cdot 0,75}$$

x_i ... Wert an Stelle i

n ... letzter Wert

Im oben gegebenen Beispiel wären die Quartile:

$$q_1 = 10 \text{ €} \quad q_2 = 15 \text{ €} \quad q_3 = 20 \text{ €}$$

¹ Ein Randwert ist das Minimum oder Maximum einer geordneten Urliste.

Das arithmetische Mittel $\bar{x}$:

Das arithmetische Mittel wird durch folgende Formel errechnet:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

n ... Stichprobenumfang

50 Prozent der Werte sind größer als das arithmetische Mittel, 50 Prozent kleiner.

Im oben angeführten Beispiel ist das arithmetische Mittel also:

$$\bar{x} = \frac{10+10+10+12+15+15+16+20+25+50}{10} = 18,3 \text{ €}$$

Das geometrische Mittel $\bar{x}_{geom}$:

Das geometrische Mittel wird durch folgende Formel berechnet:

$$\bar{x}_{geom} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

Diese Art von Mittelwertberechnung ist nur für reelle, positive Zahlen, die größer als 0 sind, sinnvoll. Negative Zahlen würden das Ergebnis verfälschen und wäre einer der Werte 0, wäre das Produkt der Werte ebenfalls 0.

Beispiel: Das Ausgangskapital k_0 wird im ersten Jahr mit 3%, im zweiten mit 5%, im dritten mit 6% und im vierten mit 7% verzinst. Welcher konstante Zinssatz würde nach vier Jahren dasselbe Kapital k_4 ergeben?

$$k_4 = 1,03 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 \cdot k_0$$

Wäre der Zinssatz konstant, könnte man das Kapital k_4 wie folgt berechnen:

$$k_4 = (1 + p)^4 \cdot k_0$$

p ... konstanter Zinssatz

Daraus folgt:

$$1,03 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 \cdot k_0 = (1 + p)^4 \cdot k_0$$

Nach Umformen der Gleichung erhält man:

$$1 + p = \sqrt[4]{1,03 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07}$$

Die rechte Seite der Gleichung entspricht der Formel des geometrischen Mittels.

$$p \approx 5,24 \%$$

Das geometrische Mittel ist immer kleiner als das arithmetische:

$$\bar{x}_{geom} = \sqrt[10]{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 50} \approx 16 \text{ €}$$

Das harmonische Mittel $\bar{x}_{harm}$:

Das harmonische Mittel wird durch folgende Formel berechnet:

$$\bar{x}_{harm} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

Dieses Mittel wird hauptsächlich für die Mittelwertbildung von Prozentzahlen oder Anteilswerten genutzt.

Beispiel: Ein Fahrer fährt die ersten 10 km mit 120 km/h und die nächsten 10 km mit 50 km/h. Wie hoch ist die durchschnittliche Fahrgeschwindigkeit?

$$\bar{x}_{harm} = \frac{2}{\frac{1}{120} + \frac{1}{50}} \approx 70,6 \text{ km/h}$$

Das arithmetische Mittel wäre 85 km/h. Es berücksichtigt aber nicht die Zeit, die der Fahrer für eine Teilstrecke benötigt.

3.1.2. Die Stichprobenerhebung

Im Bereich der Forschung oder der Qualitätskontrolle wird meistens eine Stichprobe erhoben, da es oft nicht möglich ist, jedes Produkt zu kontrollieren oder die Gesamtheit zu befragen. Das Sample¹ sollte die Gesamtheit so gut als möglich widerspiegeln.

Falsch erhobene Stichproben können das Ergebnis stark beeinflussen. Ein gutes Beispiel dafür findet man in [5]¹.

¹ Sample ist der englische Ausdruck für Stichprobe. Oft wird diese Bezeichnung auch in der deutschen Sprache verwendet.

Der Hypothesentest

Der Hypothesentest überprüft Annahmen über eine Grundgesamtheit mithilfe von Stichproben. Die Grundannahme wird Nullhypothese H_0 genannt. Der Test entscheidet, für welche Werte der Stichprobe die Nullhypothese akzeptiert und für welche Werte sie ausgeschlossen wird. Die Werte, die die Nullhypothese ausschließen, sprechen für eine andere Annahme. Diese wird Alternativhypothese H_1 genannt. Gute Beispiele für Hypothesentests findet man in [6].

Es gibt zwei Arten von Fehlern, die man bei einem Hypothesentest machen kann:

- Wird fälschlicherweise die Nullhypothese verworfen, nennt man dies einen Fehler erster Art.
- Das Annehmen einer Nullhypothese, die falsch ist, wird als Fehler zweiter Art bezeichnet.

3.1.3. Arten von Diagrammen

Es gibt verschiedene Arten, Werte grafisch darzustellen:

Der Boxplot

Der Boxplot ist ein sogenanntes Kastenschaubild. Es ist eine Bezeichnung für eine Art Diagramm, das wichtige Werte der Urliste (Median, Quartile, Ausreißer) veranschaulicht.

Es besteht aus der Box und den Whiskern.

In der Box liegen die mittleren 50 Prozent der Daten. Sie wird begrenzt durch q_1 und q_3 . In der Box wird ein Strich eingezeichnet, welcher dem Median entspricht. Die Länge der Box ist genau der Interquartilsabstand. Dies ist der Abstand zwischen den äußeren Quartile.

Die Whisker sind Linien, die die Werte, die außerhalb der 50 Prozent liegen, darstellen. Sie reichen bis zu den Randwerten.

Nun möchte ich einen Boxplot für unser Beispiel zeichnen, um die Beschreibung zu veranschaulichen. Den Median und die Quartile haben wir bereits ermittelt.

¹ Bei einer Umfrage vor der Wahl des Präsidenten der USA 1936 sagte die Zeitschrift "Literary Digest" fälschlicherweise einen Sieg für Landon voraus, weil die Stichprobe die Gesamtheit nicht gut genug widerspiegelte.

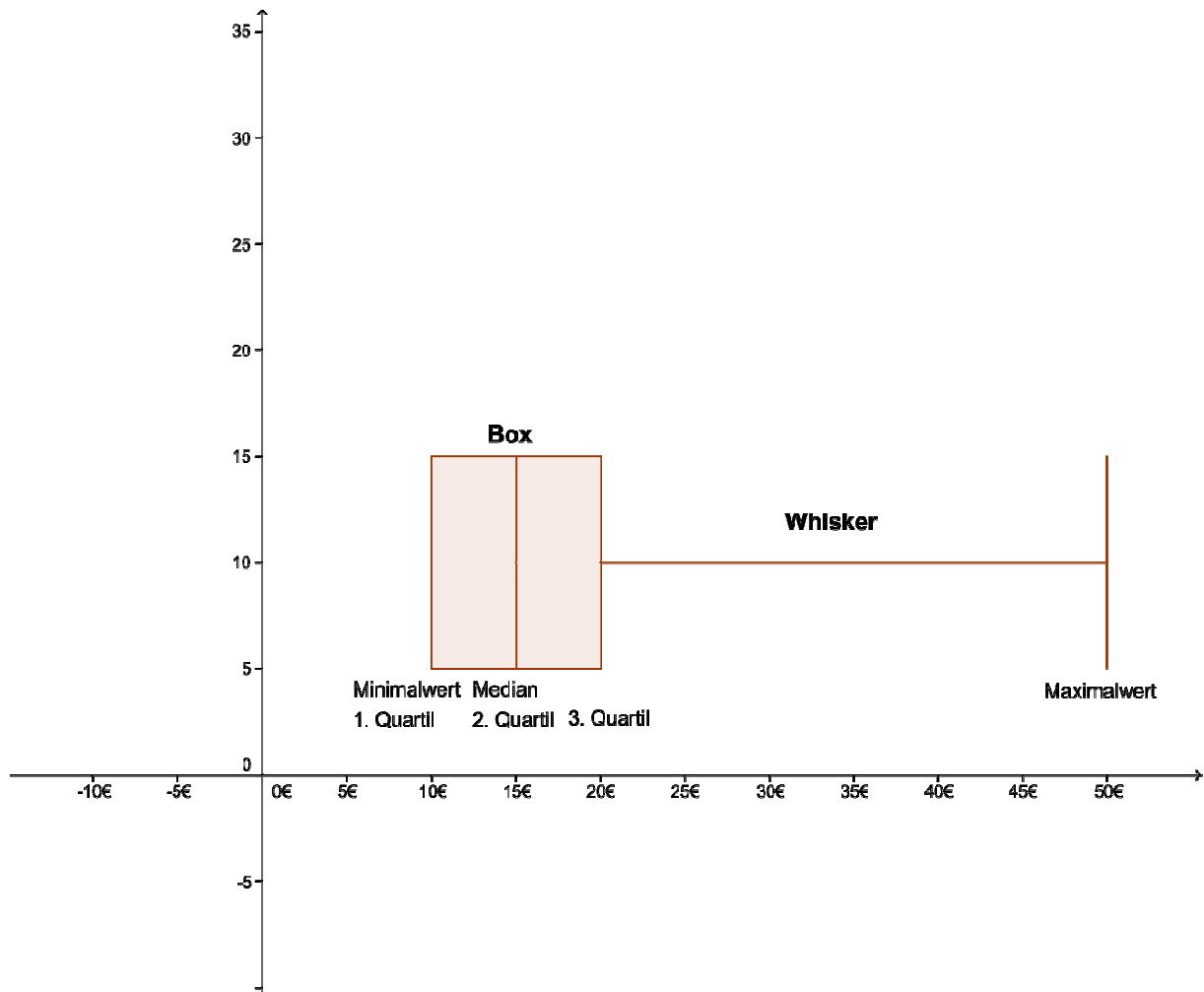


Abbildung 1: Boxplot am Beispiel des Taschengelds

Den Median und die Quartile haben wir bereits ermittelt. Da das erste Quartil dem Minimalwert entspricht, gibt es nur einen Whisker. Durch die Grafik fällt auf, dass die meisten Kinder ein Taschengeld in Höhe von 10 € bis 20 € erhalten. Durch die Länge des Whiskers wird deutlich, dass es Ausreißer nach oben gibt. Nach unten gibt es keine Ausreißer.

Die Punktwolke

Durch eine Punktwolke kann man eine Menge diskreter Daten optisch veranschaulichen und Ausreißer gut erkennen.

Das Streudiagramm oder Punktdiagramm:

Das Streudiagramm ist eine grafische Darstellung zweier Werte, die Wertepaar genannt werden. Bei Eintragung der Werte in ein Koordinatensystem entsteht eine Punktwolke. Diese Art von Diagramm dient zur Veranschaulichung von Zusammenhängen.

Beispiel: Gewicht und Körpergröße einer Schulklasse:

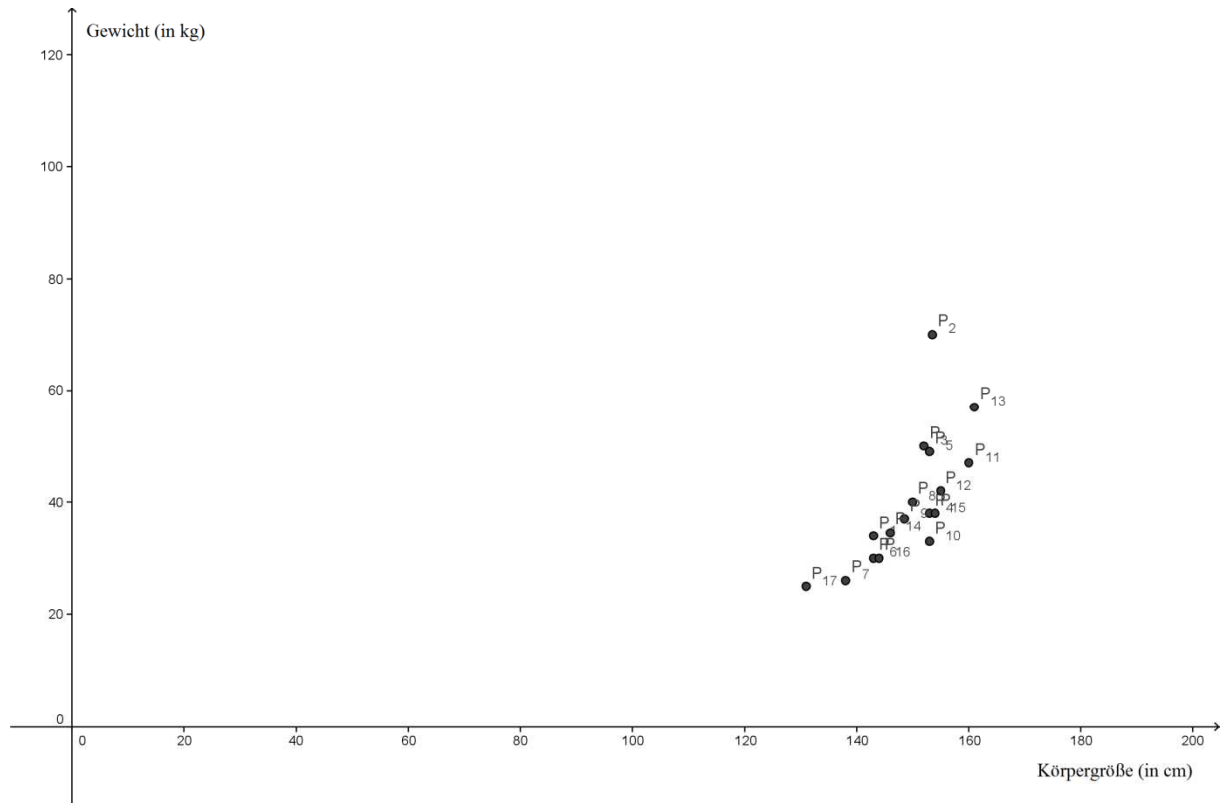


Abbildung 2: Streudiagramm: Körpergröße und Gewicht einer Schulklasse

Anhand dieses Diagramms kann man deutlich erkennen, dass zwischen Körpergröße und Gewicht ein Zusammenhang besteht. Außerdem ist der Punkt P₂ offensichtlich ein Ausreißer.

Das Säulendiagramm

Dieses Diagramm eignet sich zur Darstellung der Häufigkeitsverteilung einer Variablen. Die Höhe der Säule ist proportional zur Häufigkeit eines Werts. Sind die Säulen sehr dünn, wird diese Art der Darstellung „Stabdiagramm“ genannt.

Beispiel : Befragung von 30 Frauen, was ihre Lieblingsblume sei:

Art der Blume	Rose	Lilie	Orchidee	Tulpe	Sonnenblume
Anzahl der Frauen	11	2	8	4	5

Tabelle 1: Die Lieblingsblume der Frauen

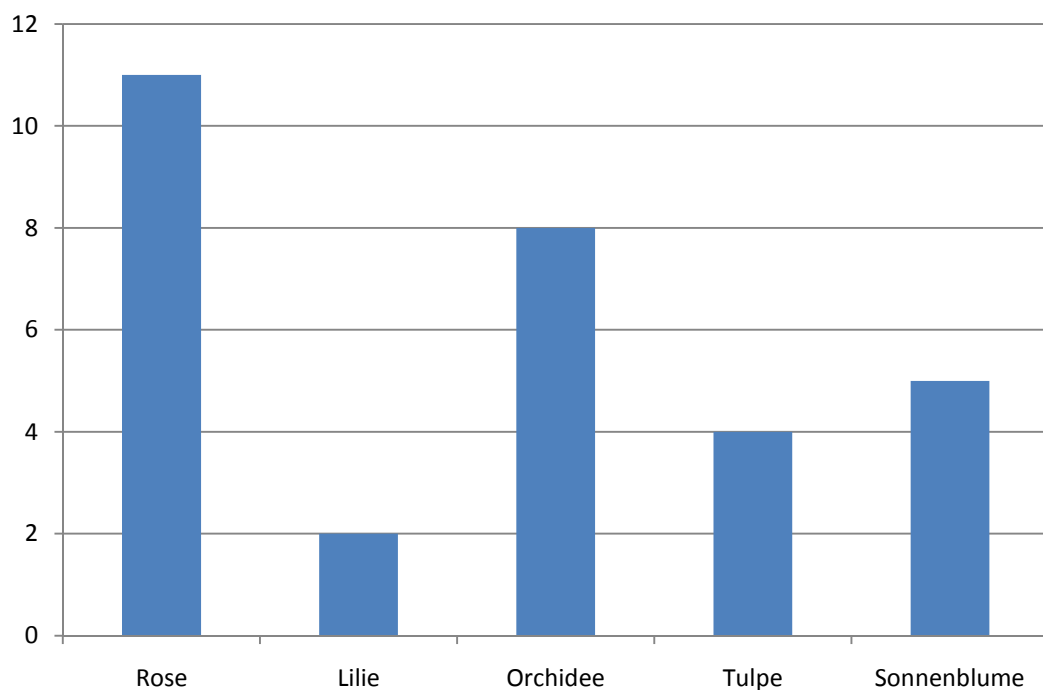


Abbildung 3: Säulendiagramm: Die Lieblingsblume der Frauen

Das Balkendiagramm oder Histogramm

Dem Balkendiagramm und dem Säulendiagramm sind dieselben Eigenschaften zuzuordnen. Der einzige Unterschied liegt darin, dass in diesem Fall die Balken waagrecht liegen. So ist hier die Länge der Balken proportional zur Häufigkeit des Werts.

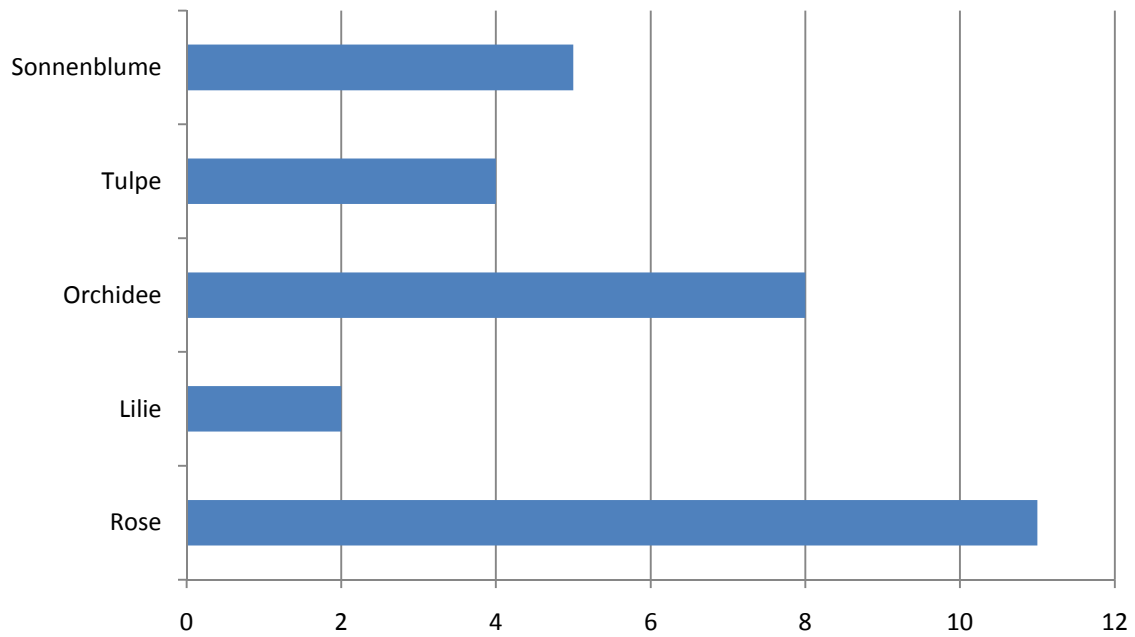


Abbildung 4: Balkendiagramm: Die Lieblingsblume der Frauen

Das Tortendiagramm

Der Kreis entspricht 100 %. Jeder Sektor entspricht jenem Prozentsatz der Frauen, die sich für eine bestimmte Blume entschieden haben. Mithilfe dieses Diagramms lässt sich leicht feststellen, welche die beliebteste Blume ist.

Berechnung des Winkels:

$$\varphi = \frac{t}{g} \cdot 360$$

t ... Teilwert

g ... Gesamtwert

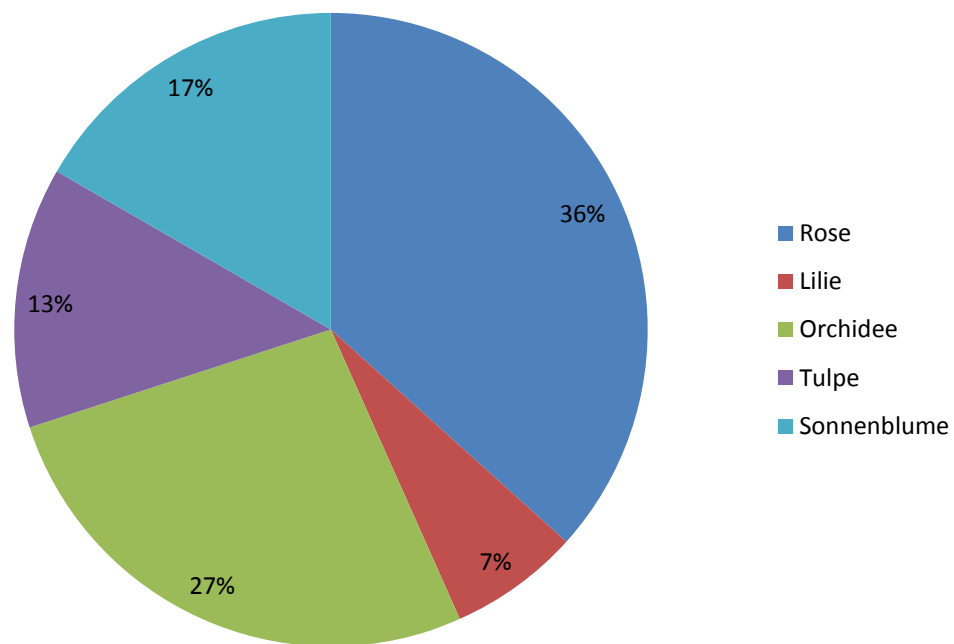


Abbildung 5: Tortendiagramm: Die Lieblingsblume der Frauen

3.2. Abhängigkeit zwischen zwei Merkmalen

3.2.1. Die Kovarianz

Die Kovarianz c_{xy} gibt den linearen Zusammenhang zwischen zwei Werten an.

Es gilt:

- Ist die Kovarianz positiv, ist die Steigung der Geraden ebenfalls positiv.
- Ist die Kovarianz negativ, ist die Steigung der Geraden ebenfalls negativ.
- Ist die Kovarianz 0, gibt es keinen linearen Zusammenhang.

Die Kovarianz lässt sich durch folgende Formel berechnen:

$$c_{xy} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

oder

$$c_{xy} = \frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \right)$$

$x_i, y_i \dots$ x - und y -Werte an Stelle i

$n \dots$ letzte Stelle

$\bar{x}, \bar{y} \dots$ arithmetische Mittel der x - und y -Werte

3.2.2. Lineare Regression

Die Aufgabe der linearen Regression ist, eine lineare Gerade, die Graph der Funktion $f(x) = k \cdot x + d$ ist, durch eine Punktwolke zu legen. Diese Gerade soll sich den Punkten optimal annähern.

Durch die Berechnung der minimalen Fehlerquadratsumme kann man die Steigung k und den Achsenabschnitt d bestimmen.

Die Fehlerquadratsumme lässt sich wie folgt berechnen:

$$F := \sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2$$

Man weiß: $f(x_i) = k \cdot x_i + d$. Daher:

$$F(k, d) = \sum_{i=1}^n (k \cdot x_i + d - y_i)^2$$

Man weiß, dass der Punkt $(\bar{x}/\bar{y})$ immer auf der Regressionsgeraden liegt, das heißt, dass gilt:

$$\bar{y} = f(\bar{x}) = k \cdot \bar{x} + d$$

So kann man d ausdrücken:

$$d = \bar{y} - k \cdot \bar{x}$$

Somit ist F abhängig von der Variablen k :

$$F(k) = \sum_{i=1}^n (k \cdot x_i + \bar{y} - k \cdot \bar{x} - y_i)^2$$

Da man die minimale Fehlerquadratsumme benötigt um die Gerade optimal anzunähern, berechnet man das Minimum der Funktion durch Nullsetzen der ersten Ableitung:

$$F'(k) = \sum_{i=1}^n (2 \cdot (k \cdot x_i + \bar{y} - k \cdot \bar{x} - y_i) \cdot (x_i - \bar{x})) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (k \cdot x_i^2 + \bar{y} \cdot x_i - 2 \cdot k \cdot \bar{x} \cdot x_i - y_i \cdot x_i - \bar{y} \cdot \bar{x} + k \cdot \bar{x}^2 + y_i \cdot \bar{x}) = 0$$

$$k \cdot \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i + \bar{x}^2) = \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i - \bar{y} \cdot x_i + \bar{y} \cdot \bar{x} - y_i \cdot \bar{x})$$

Durch Anwendung der Rechenregeln für Summen erhält man¹:

$$k \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot \bar{x}^2 \cdot n + \bar{x}^2 \cdot n \right) = \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - \bar{y} \cdot n \cdot \bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{x} \cdot n - n \cdot \bar{y} \cdot \bar{x}$$

$$k \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \cdot n \right) = \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - n \cdot \bar{y} \cdot \bar{x}$$

Anschließend kann man k ausdrücken:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - n \cdot \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \cdot n}$$

Man weiß, dass gilt:

$$c_{xy} = \frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i - n \cdot \bar{y} \cdot \bar{x} \right)$$

und

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \cdot n \right)$$

So kann man die Steigung k durch Varianz und Kovarianz beschreiben:

$$k = \frac{c_{xy}}{\sigma_x^2}$$

Hat man k bestimmt, kann man d durch Einsetzen in $d = \bar{y} - k \cdot \bar{x}$ berechnen.

¹ Eine übersichtliche Erklärung der Regeln findet man auf [3].

Beispiel: Regressionsgerade durch folgende Werte:

x-Werte	1	3	4	6	7	9
y-Werte	1	2	4	5	7	8

Tabelle 2: Beispiel für Regression

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 4 + 6 + 7 + 9}{6} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8}{6} = 4,5$$

$$c_{xy} = \frac{1}{6-1} \cdot ((1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 9 \cdot 8) - 6 \cdot 5 \cdot 4,5) = 7,8$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{6-1} \cdot ((1 + 9 + 16 + 36 + 49 + 81) - 25 \cdot 6) = 8,4$$

$$k = \frac{78}{84} = \frac{13}{14}$$

$$d = 4,5 - \frac{13}{14} \cdot 5 = -\frac{1}{7}$$

Daraus ergibt sich die Regressionsgerade $f(x) = \frac{13}{14} \cdot x - \frac{1}{7}$

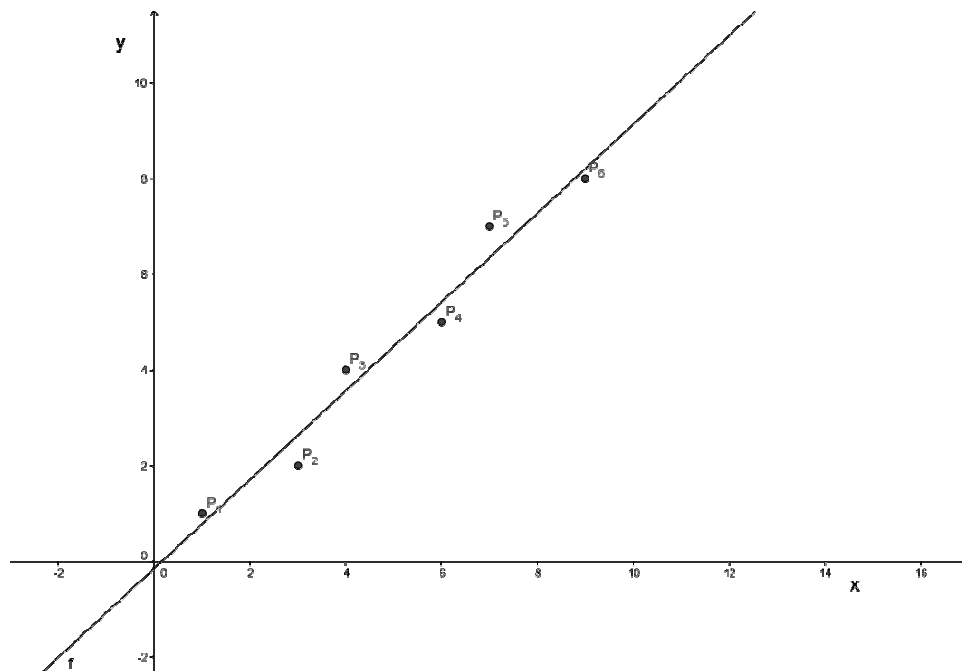


Abbildung 6: Regressionsgerade

3.2.3. Korrelation

Der Korrelationskoeffizient ist eine Maßzahl, die angibt, ob es sinnvoll ist, einen Zusammenhang zwischen den x-Werten und y-Werten anzunehmen.

Auch der Korrelationskoeffizient lässt sich durch die Fehlerquadratsumme berechnen. Wir wissen bereits:

$$F(k) = \sum_{i=1}^n (k \cdot x_i + \bar{y} - k \cdot \bar{x} - y_i)^2$$

$$F(k) = \sum_{i=1}^n (k \cdot (x_i - \bar{x}) - (-\bar{y} + y_i))^2 = \sum_{i=1}^n (k^2 \cdot (x_i - \bar{x})^2 - 2 \cdot k \cdot (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) + (y_i - \bar{y})^2)$$

Auf Seite 32 wurde k bereits als $k = \frac{c_{xy}}{\sigma_x^2}$ definiert:

$$F = \sum_{i=1}^n \left(\frac{c_{xy}^2}{\sigma_x^4} \cdot (x_i - \bar{x})^2 - 2 \cdot \frac{c_{xy}}{\sigma_x^2} \cdot (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) + (y_i - \bar{y})^2 \right)$$

Man weiß, dass gilt:

$$c_{xy} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

So erhält man nach Umformen dieser Formeln, Einsetzen und Anwenden der Rechenregeln für Summen:

$$F = \left(\frac{c_{xy}^2}{\sigma_x^4} \cdot (n-1) \cdot \sigma_x^2 - 2 \cdot \frac{c_{xy}}{\sigma_x^2} \cdot (n-1) \cdot c_{xy} + (n-1) \cdot \sigma_y^2 \right) = (n-1) \cdot \left(-\frac{c_{xy}^2}{\sigma_x^2} + \sigma_y^2 \right) = (n-1) \cdot \sigma_y^2 \cdot \left(1 - \frac{c_{xy}^2}{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2} \right)$$

Der Korrelationskoeffizient r_{xy} ist nun definiert als:

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad \text{oder} \quad r_{xy} = k \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

Folgende Eigenschaften werden dem Korrelationskoeffizient zugeordnet:

- Da $F \geq 0$, gilt: $-1 \leq r_{xy} \leq 1$.
- Wenn r_{xy} positiv ist, hat die Regressionsgerade eine positive Steigung.
- Wenn r_{xy} negativ ist, hat die Regressionsgerade eine negative Steigung.
- Je näher $|r_{xy}|$ bei 1 liegt, desto besser ist die Linearität der Werte, denn desto kleiner wird die Fehlerquadratsumme.
- Wenn $|r_{xy}| = 1$, liegen alle Werte auf der Regressionsgeraden, denn wenn $|r_{xy}| = 1$, $F = 0$.

Beispiel: Korrelation folgender Werte:

x-Werte	1	3	4	6	7	9
y-Werte	1	2	4	5	7	8

Tabelle 3: Beispiel für Korrelation

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 4 + 6 + 7 + 9}{6} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8}{6} = 4,5$$

$$c_{xy} = \frac{1}{6 - 1} \cdot ((1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 9 \cdot 8) - 6 \cdot 5 \cdot 4,5) = 7,8$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{6 - 1} \cdot ((1 + 9 + 16 + 36 + 49 + 81) - 25 \cdot 6) = 8,4$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{6 - 1} \cdot ((1 + 4 + 16 + 25 + 49 + 64) - 20,25 \cdot 6) = 7,5$$

$$r_{xy} = \frac{7,8}{\sqrt{8,4 \cdot 7,5}} \approx 0,98$$

Das Ergebnis zeigt, dass die x- und y-Werte einen linearen Zusammenhang haben. Weiters kann man sehen, dass die Steigung der Regressionsgeraden positiv ist.

Übersichtliche Erklärungen zu Korrelation und Regression findet man in [2] und [9]. Experimente zu Korrelation und Regression im Schulalltag werden in [13] beschrieben

4. Auswertung der Umfrage

Die Umfrage wurde Ende Oktober und Anfang November am BG Rechte Kramszeile in der 1A, 2D, 3A, 4A, 5B, 6A, 7A und 8A durchgeführt. Die Klassen 2D und 6A mussten zweimal befragt werden, da sie beim ersten Mal einen falschen Entwurf des Fragebogens erhielten.

Klasse	Teilgenommen	Weiblich	Männlich	Keine Angabe	Nicht teilgenommen
1AI	20	14	6	0	2
2DIS	21	14	7	0	0
3AI	23	12	11	0	2
4AI	19	9	10	0	2
5BS	19	11	8	0	3
6AI	23	18	5	0	0
7AGI	23	19	3	1	6
8AGWK	17	11	6	0	0
gesamt	165	108	56	1	15

Tabelle 4: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Geschlecht“

An meiner Umfrage nahmen insgesamt 165 Schüler/innen teil, das sind 91,7% der Schüler/innen jener Klassen, in denen ich die Umfrage durchführte. 108 Teilnehmer waren weiblich, 56 männlich und 1 ohne Angabe. Das heißt 65,5% der Teilnehmer waren weiblich, 33,9% männlich und 0,6% gaben keine Angabe zu ihrem Geschlecht. Im Vergleich dazu sind 65% der Schüler in den befragten Klassen weiblich und 33% männlich, was bedeutet, dass meine Umfrage das Geschlecht der Gesamtheit gut widerspiegelt.

15 Schüler/innen der 8 Klassen, die ich befragt habe, füllten keinen Fragebogen aus. Das bedeutet, dass rund 2¹ Schüler/innen pro Klasse nicht teilnahmen.

4.1. Absolute Werte und Prozentsätze

In diesem Kapitel werden die absoluten Werte und die Werte in Prozent in Form von Tabellen dargestellt.

¹ Der genaue Wert wäre 1,875. Jedoch muss man runden, da die Anzahl von Menschen nur als ganze Zahl angegeben werden kann.

Wie alt bist du?

Alter	Absoluter Wert	Wert in Prozent
10	16	9,70
11	19	11,52
12	22	13,33
13	15	9,09
14	18	10,91
15	22	13,33
16	22	13,33
17	20	12,12
18	6	3,64
Ohne Angabe	5	3,03

Tabelle 5: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Alter“

Magst du Hello Kitty?

Antwort	Absoluter Wert	Wert in Prozent
Ja	78	47,27
Nein	86	52,12
Ohne Angabe	1	0,61

Tabelle 6: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Hello Kitty“

Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Geografie/Sachunterricht?

Note	Absoluter Wert	Wert in Prozent
Sehr gut	89	53,94
Gut	38	23,03
Befriedigend	19	11,52
Genügend	17	10,30
Nicht genügend	0	0,00
ohne Angabe	2	1,21

Tabelle 7: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Geografienote“

Welche Haustiere hast Du?

Haustiere	Absoluter Wert	Wert in Prozent
Chamäleons	1	0,61

Degus ¹	1	0,61
Enten	2	1,21
Fische	16	9,70
Fledermäuse	1	0,61
Hamster	3	1,82
Hasen	21	12,73
Hühner	3	1,82
Hunde	34	20,61
Katzen	60	36,36
Keine Haustiere	55	33,33
Kühe	2	1,21
Lamas	1	0,61
Meerschweinchen	10	6,06
Pferde	3	1,82
Schildkröten	11	6,67
Schweine	1	0,61
Stabheuschrecken	1	0,61
Vögel	2	1,21
Ziegen	1	0,61
Zwergkaninchen	1	0,61
Ohne Angabe	3	1,82

Tabelle 8: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Haustiere“

Hast Du ältere Geschwister?

Antwort	Absolute Werte	Wert in Prozent
Ja	78	47,27
Nein	86	52,12
Ohne Angabe	1	0,61

Tabelle 9: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Geschwister“

Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Englisch?

Note	Absolute Werte	Wert in Prozent
Sehr gut	44	26,67
Gut	40	24,24
Befriedigend	44	26,67
Genügend	31	18,79
Nicht genügend	5	3,03

¹ Degus (Singular: Degu) sind Strauchratten. Genaue Angaben zu den Nagetieren findet man unter [HTTP://DE.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/STRAUCHRATTEN](http://de.wikipedia.org/wiki/Strauchratten).

Auswertung der Umfrage

Ohne Angabe	1	0,61
-------------	---	------

Tabelle 10: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Englischnote“

Wie weit wohnst Du von der Schule entfernt (in km)?

Entfernung (in km)	Absoluter Wert	Wert in Prozent
≤ 1	25	15,15
≤ 2	13	7,88
≤ 3	6	3,64
≤ 4	3	1,82
≤ 5	11	6,67
≤ 6	2	1,21
≤ 7	7	4,24
≤ 8	4	2,42
≤ 9	2	1,21
≤ 10	13	7,88
≤ 11	3	1,82
≤ 12	8	4,85
≤ 13	2	1,21
≤ 14	1	0,61
≤ 15	19	11,52
≤ 16	2	1,21
≤ 18	4	2,42
≤ 19	1	0,61
≤ 20	12	7,27
≤ 22	1	0,61
≤ 24	2	1,21
≤ 25	5	3,03
≤ 27	1	0,61
≤ 28	1	0,61
≤ 30	1	0,61
≤ 35	4	2,42
≤ 37	2	1,21
≤ 40	2	1,21
≤ 75	1	0,61
≤ 100	1	0,61
Ohne Angabe	6	3,64

Tabelle 11: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Entfernung“

Wie groß bist Du (in cm)?

Größe (in cm)	Absoluter Wert	Wert in Prozent
131	1	0,61
138	1	0,61
140	4	2,42
142	1	0,61
143	3	1,82
144	2	1,21
145	3	1,82
146	2	1,21
147	1	0,61
149	1	0,61
150	5	3,03
151	1	0,61
152	3	1,82
153	4	2,42
154	5	3,03
155	2	1,21
156	2	1,21
157	1	0,61
158	3	1,82
159	1	0,61
160	16	9,70
161	7	4,24
162	5	3,03
163	6	3,64
164	8	4,85
165	12	7,27
166	1	0,61
167	6	3,64
168	7	4,24
169	7	4,24
170	10	6,06
171	4	2,42
172	1	0,61
173	2	1,21
174	2	1,21
175	3	1,82
176	2	1,21
178	4	2,42
180	2	1,21
181	3	1,82

Auswertung der Umfrage

182	1	0,61
183	1	0,61
184	1	0,61
185	2	1,21
186	1	0,61
Ohne Angabe	5	3,03

Tabelle 12: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Größe“

Wie lang lernst Du am Tag vor Deiner Mathematik Schularbeit (in Minuten)?

Lernen (in Minuten)	Absoluter Wert	Wert in Prozent
0	13	7,88
5	2	1,21
6	1	0,61
8	1	0,61
10	2	1,21
12	1	0,61
15	2	1,21
20	4	2,42
30	22	13,33
38	1	0,61
40	3	1,82
53	1	0,61
60	20	12,12
70	2	1,21
80	1	0,61
90	5	3,03
100	3	1,82
105	1	0,61
120	28	16,97
135	1	0,61
140	1	0,61
150	4	2,42
159	1	0,61
160	1	0,61
180	22	13,33
190	1	0,61
200	3	1,82
240	7	4,24
280	1	0,61
300	4	2,42
350	1	0,61

480	1	0,61
600	1	0,61
Ohne Angabe	3	1,82

Tabelle 13: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Lernen“

Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Mathematik?

Note	Absoluter Wert	Wert in Prozent
Sehr gut	46	27,88
Gut	44	26,67
Befriedigend	41	24,85
Genügend	31	18,79
Nicht genügend	3	1,82

Tabelle 14: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Mathematiknote“

Wie schwer bist Du (in kg)?

Gewicht (in kg)	Absoluter Wert	Wert in Prozent
25-29	5	3,03
30-34	9	5,45
35-39	13	7,88
40-44	21	12,73
45-49	16	9,70
50-54	28	16,97
55-59	22	13,33
60-64	12	7,27
65-69	4	2,42
70-74	9	5,45
75-79	22	13,33
80-84	1	0,61
95-99	1	0,61
115-119	1	0,61
Ohne Angabe	21	12,73

Tabelle 15: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Gewicht“

Wie viele Tage warst Du letztes Schuljahr im Ausland auf Urlaub?

Urlaub (in Tagen)	Absoluter Wert	Wert in Prozent
0	33	20,00
1	2	1,21

Auswertung der Umfrage

2	1	0,61
3	3	1,82
4	3	1,82
5	6	3,64
6	1	0,61
7	29	17,58
8	3	1,82
9	2	1,21
10	6	3,64
11	1	0,61
12	2	1,21
14	23	13,94
15	1	0,61
16	4	2,42
17	1	0,61
18	1	0,61
20	3	1,82
21	7	4,24
23	2	1,21
25	2	1,21
28	3	1,82
30	8	4,85
31	1	0,61
32	1	0,61
34	1	0,61
39	1	0,61
40	3	1,82
42	1	0,61
45	1	0,61
50	2	1,21
60	1	0,61
83	1	0,61
Ohne Angabe	5	3,03

Tabelle 16: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Urlaub“

Wie viele Menschen leben bei Dir im Haus/in der Wohnung?

Anzahl der Menschen	Absoluter Wert	Wert in Prozent
1	1	0,61
2	10	6,06
3	36	21,82
4	71	43,03

5	23	13,94
6	17	10,30
7	6	3,64
8	1	0,61

Tabelle 17: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Bewohner“

Wie oft pro Woche kaufst Du beim Buffet in der Schule Süßigkeiten?

Einkauf pro Woche	Absoluter Wert	Wert in Prozent
0	79	47,88
0,5	9	5,45
1	32	19,39
1,5	13	7,88
2	11	6,67
2,5	1	0,61
3	6	3,64
3,5	1	0,61
4	1	0,61
5	6	3,64
7	1	0,61
13	1	0,61
Ohne Angabe	4	2,42

Tabelle 18: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Buffet“

Wie oft pro Monat darfst Du länger als 21:00 Uhr von zuhause weg bleiben?

Anzahl der Tage	Absoluter Wert	Wert in Prozent
0	25	15,15
0,5	2	1,21
1	12	7,27
1,5	3	1,82
2	13	7,88
2,5	2	1,21
3	7	4,24
3,5	3	1,82
4	9	5,45
4,5	3	1,82
5	7	4,24
5,5	1	0,61
6	1	0,61
7	1	0,61

Auswertung der Umfrage

8	14	8,48
9	1	0,61
10	5	3,03
12	2	1,21
14	1	0,61
15	1	0,61
18	2	1,21
20	1	0,61
24	1	0,61
30	42	25,45
Ohne Angabe	6	3,64

Tabelle 19: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Fortgehen“

Wie viele Stunden pro Woche betreibst Du Sport¹?

Sport (Stunden pro Woche)	Absoluter Wert	Wert in Prozent
0	4	2,42
≤ 1	5	3,03
≤ 2	25	15,15
≤ 3	18	10,91
≤ 4	21	12,73
≤ 5	21	12,73
≤ 6	13	7,88
≤ 7	11	6,67
≤ 8	7	4,24
≤ 9	9	5,45
≤ 10	11	6,67
≤ 11	2	1,21
≤ 12	3	1,82
≤ 13	2	1,21
≤ 14	1	0,61
≤ 15	3	1,82
≤ 18	2	1,21
≤ 20	3	1,82
Ohne Angabe	4	2,42

Tabelle 20: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Sport“

¹ Gemeint ist der Sport, den die Schüler/innen in ihrer Freizeit betreiben. Der Schulsport soll nicht einbezogen werden.

4.2. Korrelation

Eine mögliche Korrelation folgender Werte wurde überprüft:

- Alter – Fortgehen
- Alter – Körpergröße
- Alter – Hello Kitty
- Gewicht – Sport
- Gewicht – Körpergröße
- Gewicht – Buffet
- Mitbewohner – Ältere Geschwister
- Mathematiknote – Lernen für Mathematik
- Ältere Geschwister – Englischnote
- Geografienote – Urlaubstage

Zwischen den Werten „Alter – Fortgehen“ konnte eine Korrelation gefunden werden. Der Korrelationskoeffizient beträgt 0,55. Zwar wird den Schüler/innen mehr erlaubt, wenn sie älter sind, jedoch scheint es einige Ausnahmen zu geben. Zudem ist es unterschiedlich, wie viel häufiger die Schüler/innen länger als 21 Uhr ausgehen dürfen, wenn sie ein Jahr älter werden.

Das Diagramm stellt eine diskrete Verteilung der Werte dar, da das Fortgehen abhängig vom Alter der Person ist, und das Alter nur bestimmte Werte im Intervall $[10,18]$ annehmen kann.

Auswertung der Umfrage

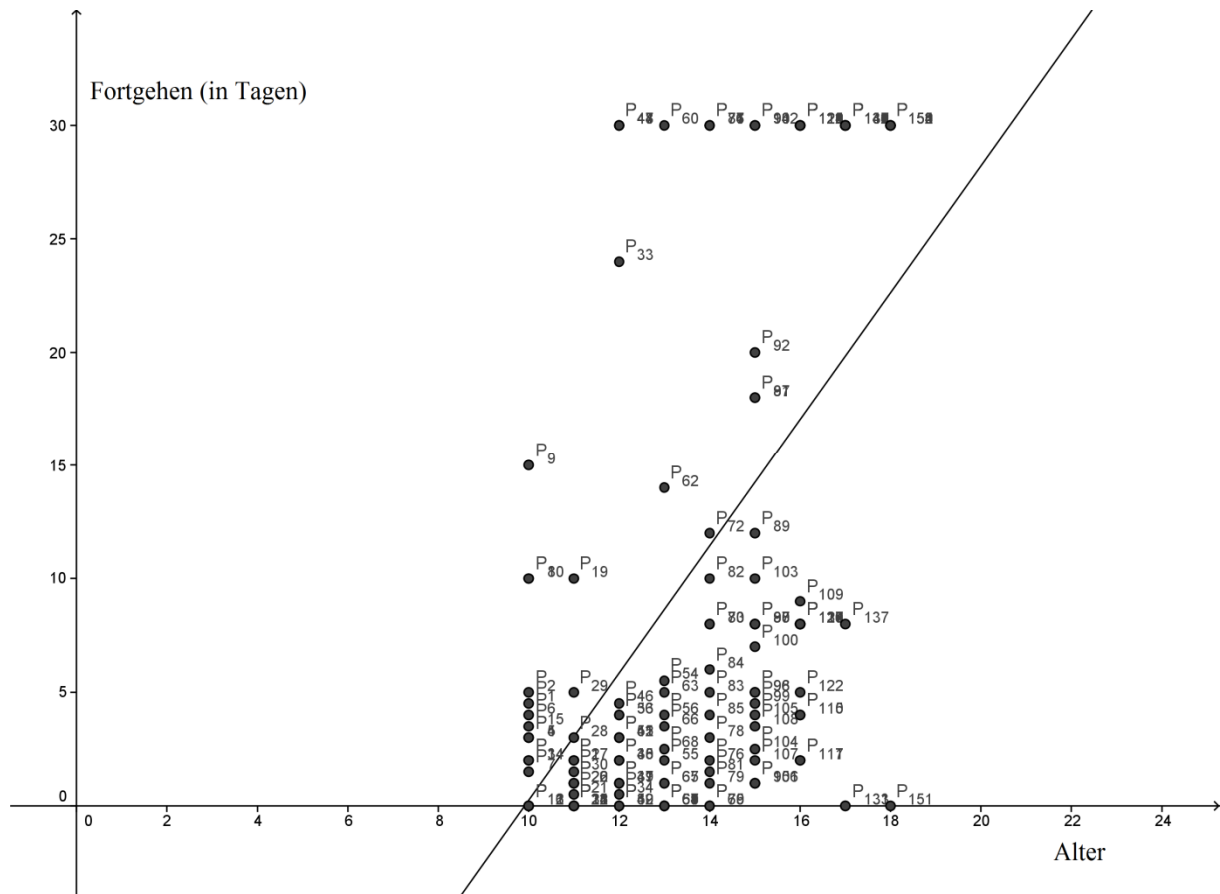


Abbildung 7: Trendlinie „Alter – Fortgehen“

Auch zwischen den Werten „Alter – Körpergröße“ konnte eine Korrelation festgestellt werden. Diese Werte wurden überprüft, da die Annahme bestand, dass die älteren Schüler/innen größer sind als die jüngeren. Der Korrelationskoeffizient dieser Werte beträgt 0,69.

Diese Werte sind ebenfalls diskret verteilt, da auch hier das Alter nur bestimmte Werte annehmen kann.

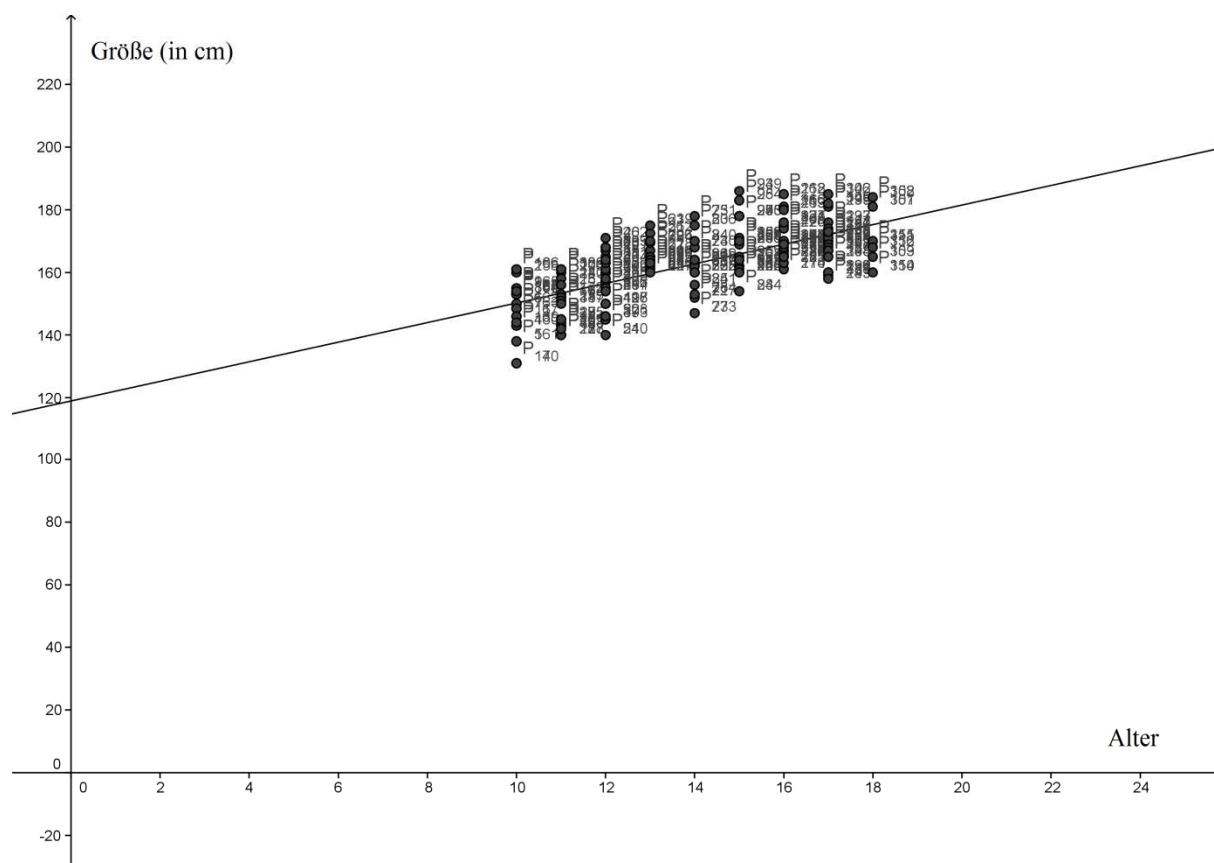


Abbildung 8: Trendlinie „Alter – Körpergröße“

Zwischen den Werten „Alter – *Hello Kitty*“ konnte keine Korrelation gefunden werden. Der Grund für die Berechnung des Korrelationskoeffizienten dieser Werte bestand in der Annahme, dass jüngere Schüler/innen eher eine Vorliebe für die Marke *Hello Kitty* haben als ältere. Der Korrelationskoeffizient beträgt -0,16. Dies bedeutet, dass die jüngeren Schüler/innen die Marke eher mögen als ältere, aber doch keine eindeutige Korrelation festgestellt werden kann. Im Diagramm steht der y-Wert 0 dafür, dass der/die Schüler/in *Hello Kitty* nicht mag, der Wert 1 für das Gegenteil.

Auch in diesem Fall handelt es sich um eine stetige Verteilung der Werte. Das Alter kann nur abzählbar viele Werte annehmen und die Frage nach *Hello Kitty* kann nur mit *Ja* oder *Nein* beantwortet werden.

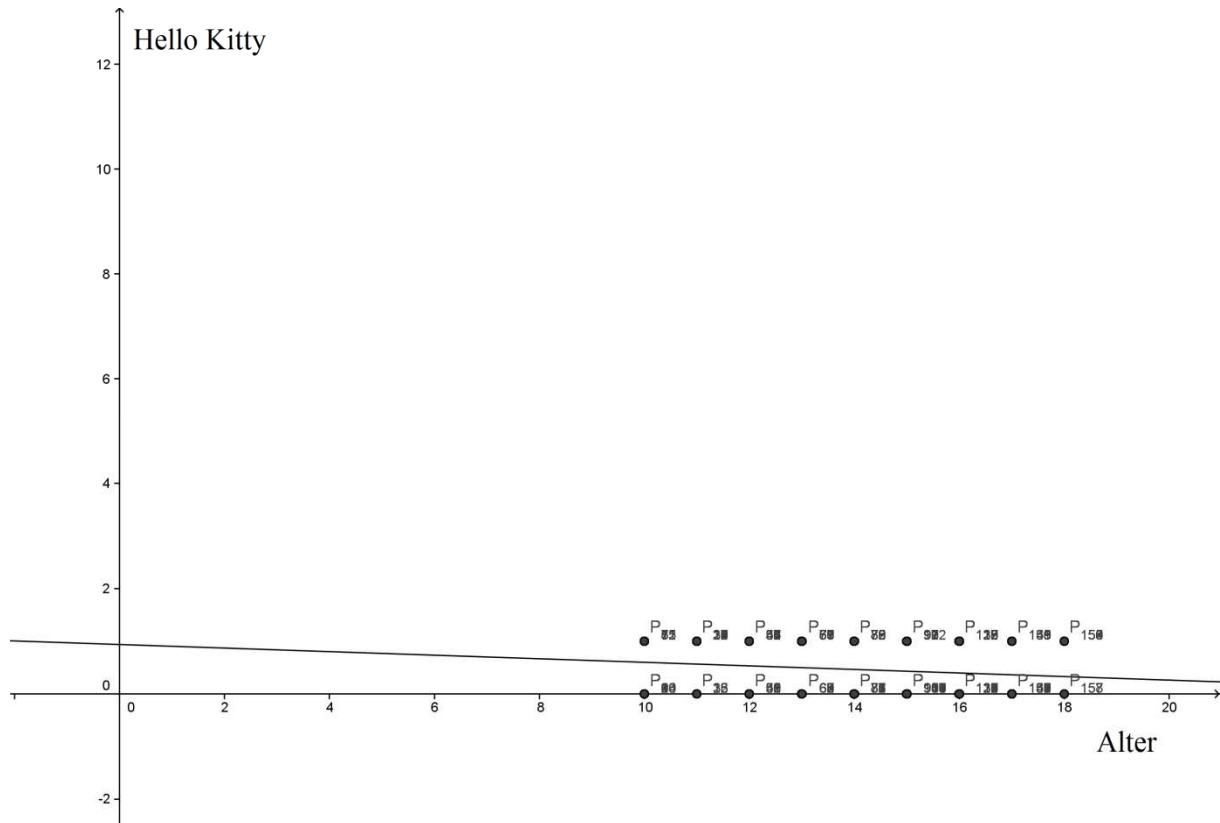


Abbildung 9: Trendlinie „Alter - Hello Kitty“

Zwischen den Werten „Gewicht-Sport“ konnte ebenfalls keine Korrelation festgestellt werden. Diese Werte wurden wegen der Annahme überprüft, dass Schüler/innen, die mehr Sport treiben, weniger wiegen. Der Korrelationskoeffizient beträgt -0,13. Zwar wiegen sportlichere Schüler/innen weniger, jedoch beeinflussen auch Werte wie Größe, Geschlecht und Alter das Gewicht. Daher ist der Korrelationskoeffizient niedrig.

Das folgende Diagramm zeigt eine stetige Verteilung der Werte, da Gewicht und Zeit jeden beliebigen Wert annehmen können.

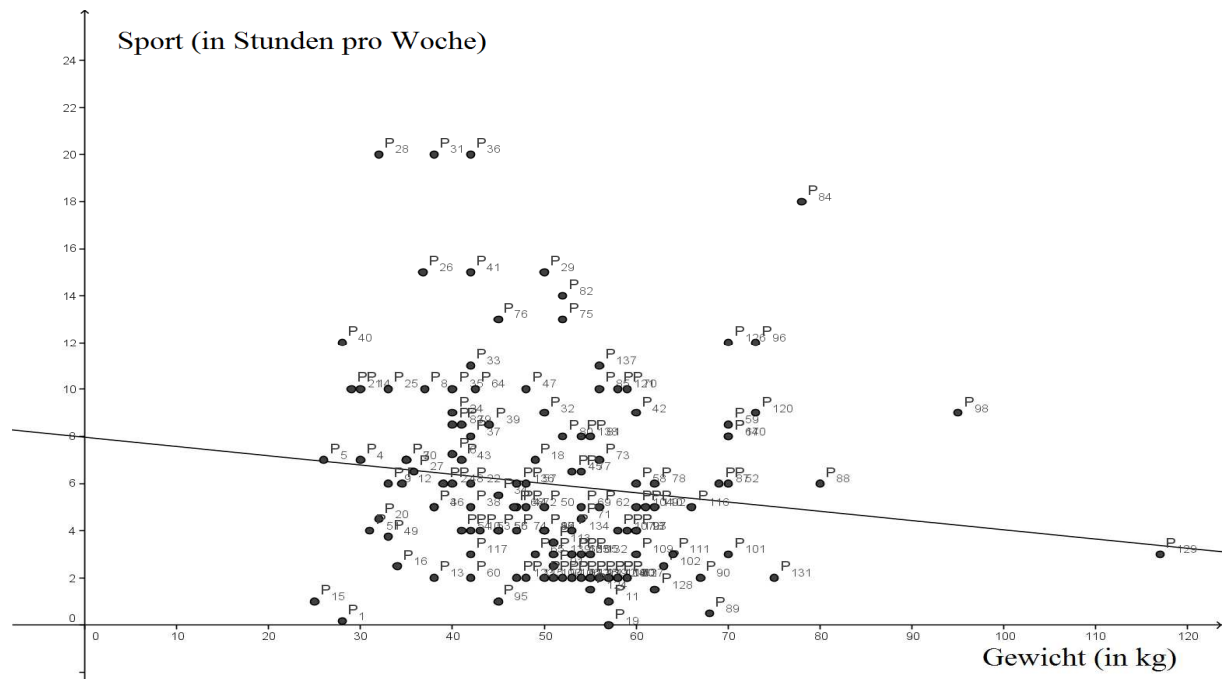


Abbildung 10: Trendlinie „Gewicht – Sport“

Es wurde eine Korrelation der Werte „Gewicht – Körpergröße“ gefunden. Der Korrelationskoeffizient dieser Werte beträgt 0,8. Dies bedeutet, dass der Zusammenhang zwischen den überprüften Werten sehr wahrscheinlich ist. Je größer ein/e Schüler/in, desto schwerer ist er/sie.

Auch die nächste Grafik stellt eine stetige Verteilung der Werte dar, da Gewicht wie auch Körpergröße alle Werte annehmen können.

Auswertung der Umfrage

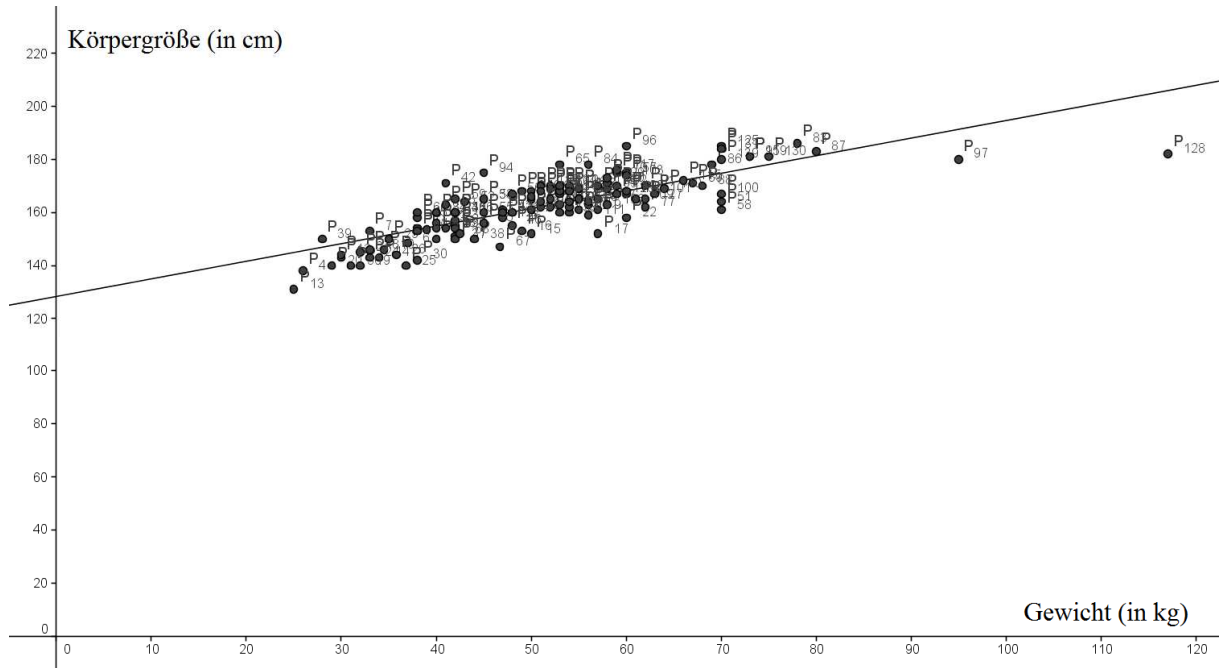


Abbildung 11: Trendlinie „Gewicht – Körpergröße“

Zwischen den Werten „Gewicht – Buffet“ konnte keine Korrelation gefunden werden. Diese Werte wurden überprüft, da vermutet wurde, dass Schüler/innen, die oft Süßigkeiten im Buffet kaufen, mehr wiegen. Der Korrelationskoeffizient beträgt -0,05. Dies könnte daran liegen, dass Schüler/innen, die oft Süßes essen, mehr Sport treiben.

Die Werte „Gewicht“ und „Buffet“ sind stetig verteilt, da sie jeden Wert annehmen können.

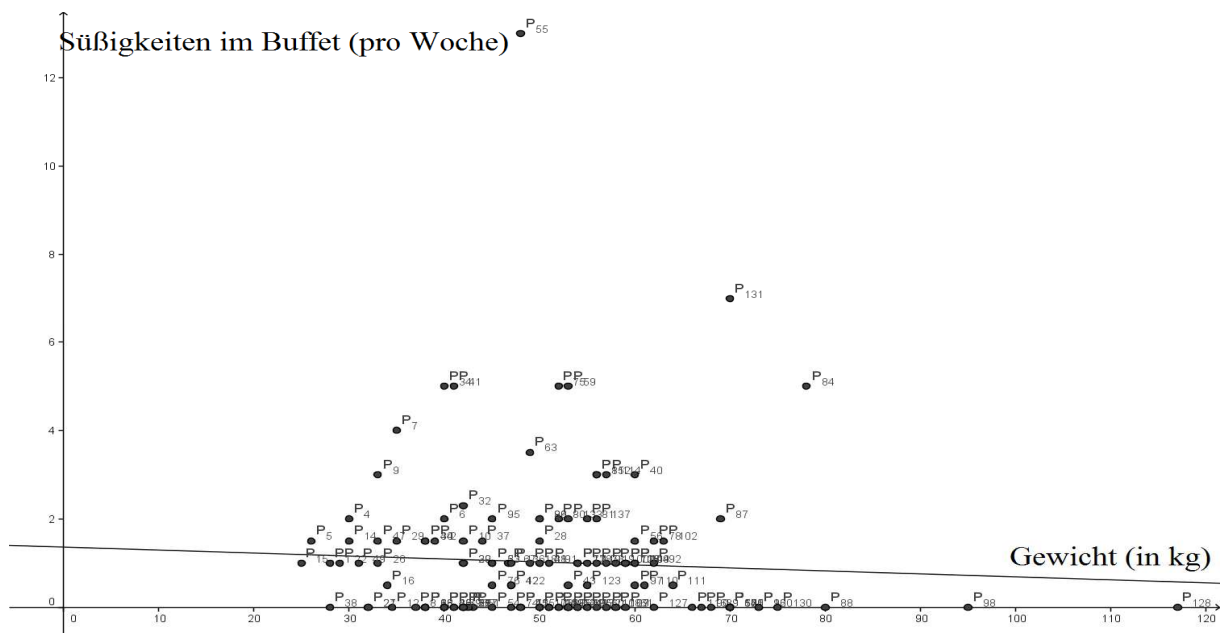


Abbildung 12: Trendlinie „Gewicht – Buffet“

Der Korrelationskoeffizient der Werte „Mitbewohner – Ältere Geschwister“ beträgt 0,23. Der Grund für die Überprüfung dieser Werte bestand in der Vermutung, dass Schüler/innen, die mit mehr Menschen zusammenwohnen, ältere Geschwister haben. Es konnte kein eindeutiger Zusammenhang gefunden werden. Dies könnte daran liegen, dass einige Schüler/innen, die mit einer großen Familie zusammenwohnen, nur jüngere Geschwister haben.

Im Diagramm steht der x -Wert 0 für Schüler/innen, die keine älteren Geschwister haben und der x -Wert 1 für Schüler, die ältere Geschwister haben.

Diese Werte sind diskret verteilt, da man entweder ältere Geschwister hat oder nicht, es gibt keinen Wert dazwischen. Außerdem kann die Anzahl der Bewohner nur bestimmte Werte annehmen. Diese Werte müssen ganze Zahlen sein.

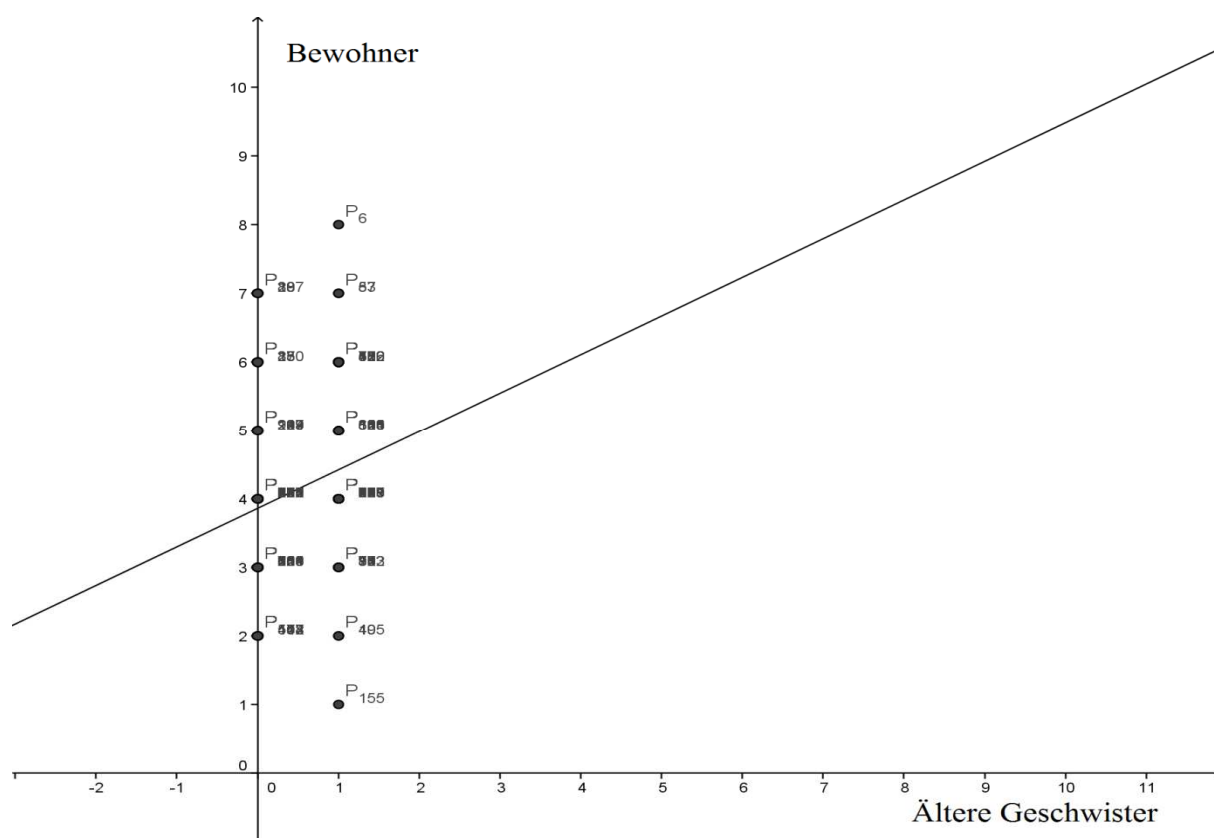


Abbildung 13: Trendlinie „Ältere Geschwister – Mitbewohner“

Zwischen den Werten „Mathematiknote – Lernen für Mathematik“ konnte keine Korrelation festgestellt werden. Die Werte wurden überprüft, da angenommen wurde, dass Schüler/innen, die länger für die Schularbeit lernen, bessere Noten schreiben. In diesem Fall beträgt der Korrelationskoeffizient 0,09. Dies könnte daran liegen, dass viele Schüler/innen, die weniger lernen, ein besseres Verständnis für das Fach haben.

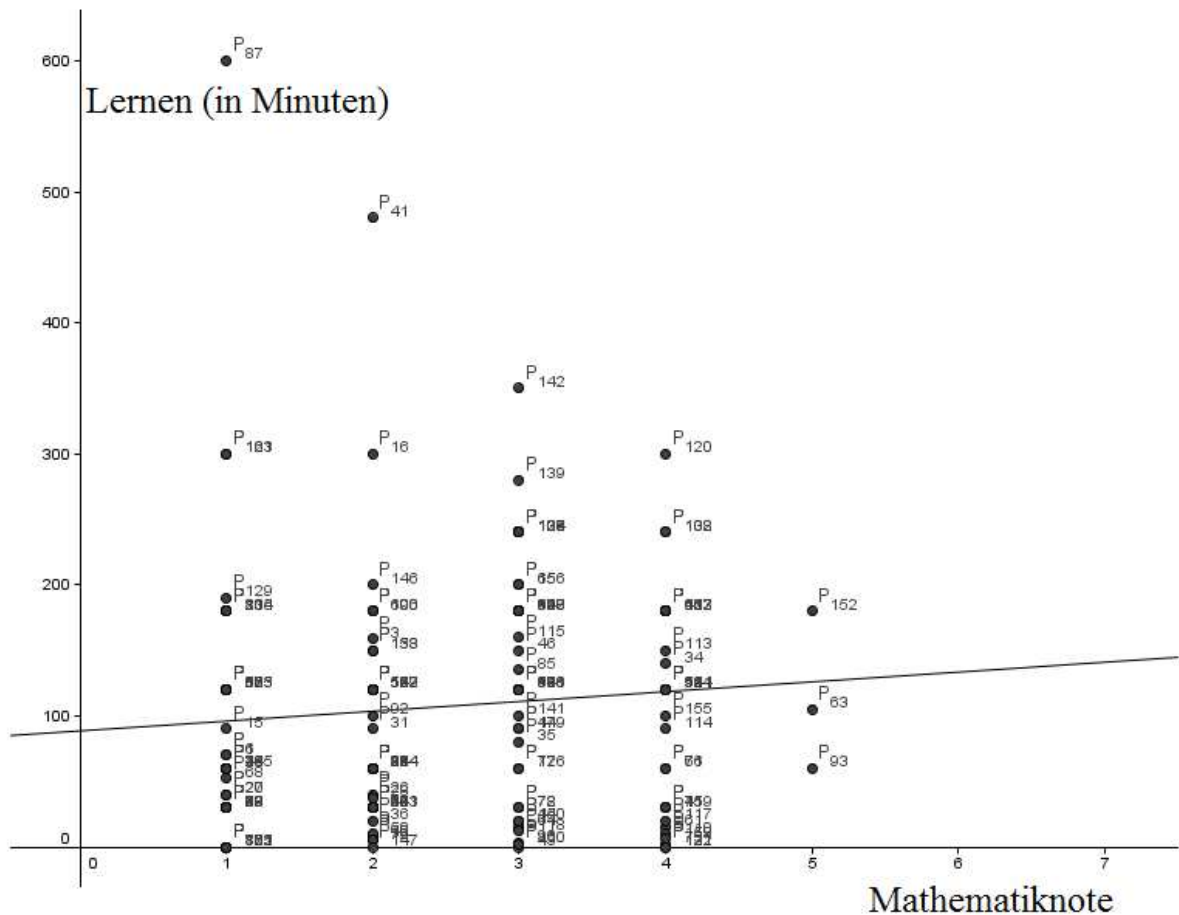


Abbildung 14: Trendlinie „Mathematiknote - Lernen für Mathematik“

Die Werte „Ältere Geschwister – Englischnote“ sind diejenigen mit der kleinsten Korrelation. Ihr Korrelationskoeffizient beträgt 0,02. Der Grund für die Überprüfung dieser Werte bestand in der Annahme, dass ältere Geschwister den Jüngeren beim Lernen helfen würden. Im Diagramm steht der x-Wert 0 dafür, dass keine älteren Geschwister vorhanden sind und der Wert 1 dafür, dass der/die Schüler/in ältere Geschwister hat.

Auch diese Werte sind diskret verteilt. Die Englischnote kann nur eine ganze Zahl im Intervall $[1,5]$ sein und die Frage nach älteren Geschwistern kann nur mit *Ja* oder *Nein* beantwortet werden.

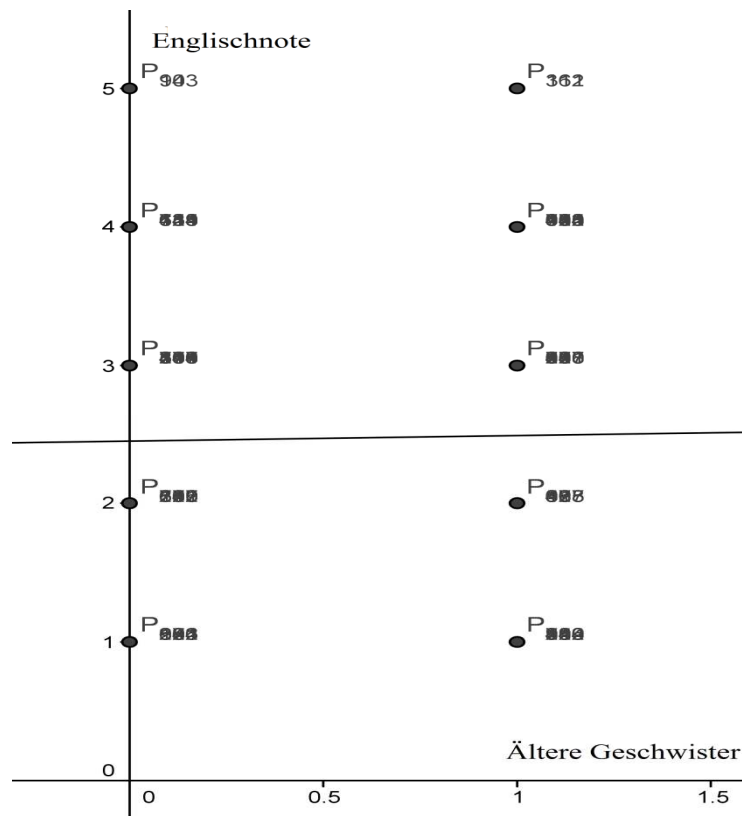


Abbildung 15: Trendlinie „Ältere Geschwister – Englischnote“

Zwischen den Werten „Geografienote – Urlaubstage“ konnte kein eindeutiger Zusammenhang festgestellt werden. Diese Werte wurden überprüft, da vermutet wurde, dass Schüler/innen, die oft und lang im Ausland Urlaub machen, gut über diese Länder Bescheid wissen. Der Korrelationskoeffizient beträgt 0,22. Es scheint, als wären Schüler/innen, die oft die Ferien im Ausland verbringen, weniger über andere Länder informiert.

Die Grafik stellt ebenfalls eine diskrete Verteilung der Werte dar. Auch hier können beide Variablen nur bestimmte Werte annehmen.

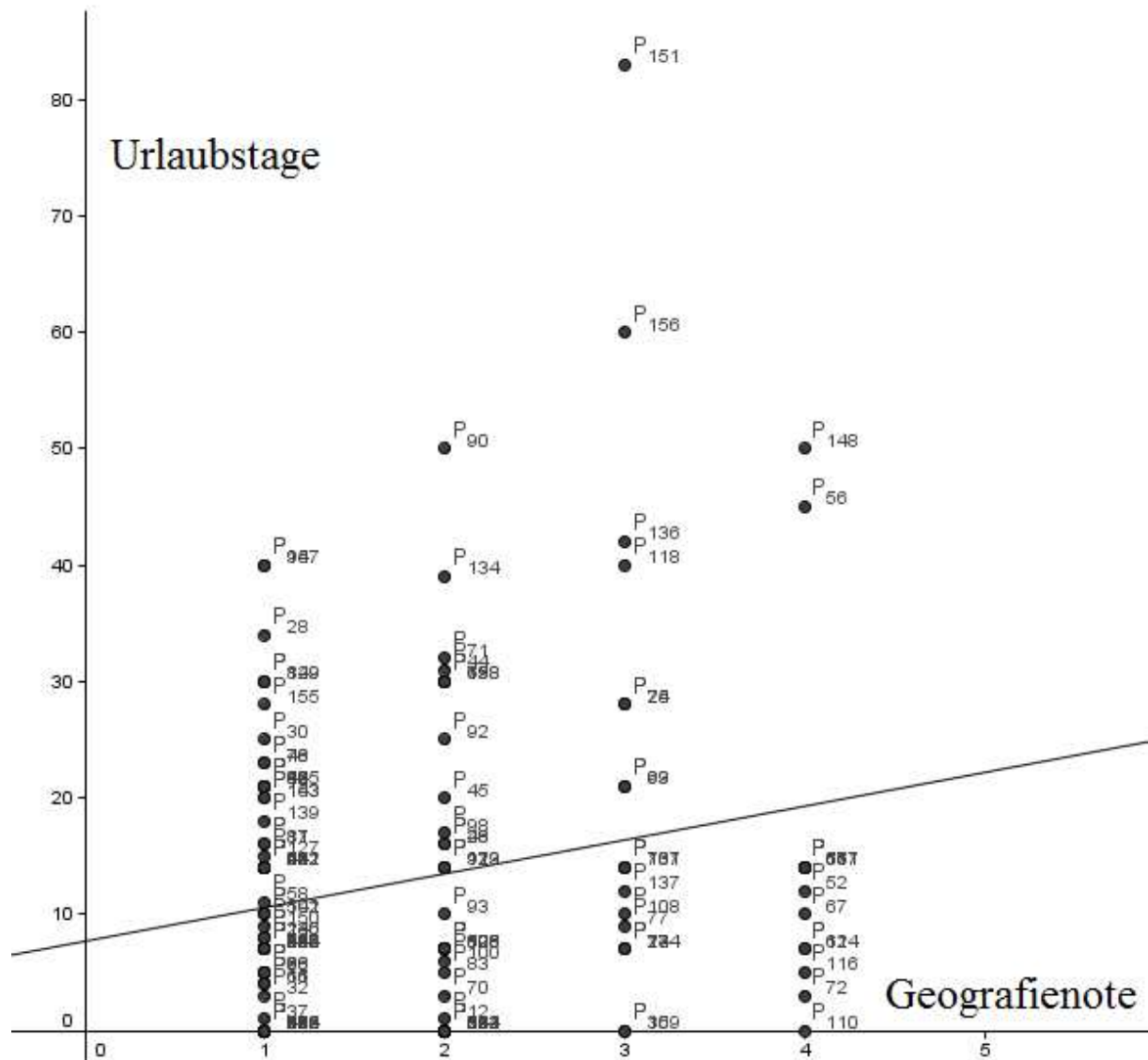


Abbildung 16: Trendlinie „Geografienote - Urlaubstage“

4.3. Grafische Darstellungen

In diesem Kapitel findet man Grafiken, die eine Auswahl an Ergebnissen darstellen.

Der erste Boxplot stellt die Antworten der 11-jährigen Schüler/innen auf die Frage „Wie lang lernst Du am Tag vor Deiner Mathematik Schularbeit (in Minuten)?“ dar. Zwei Drittel der Werte liegen zwischen 30 und 60 Minuten, der Median ist 50. Das Minimum liegt bei 0 Minuten, das Maximum bei 5 Stunden.

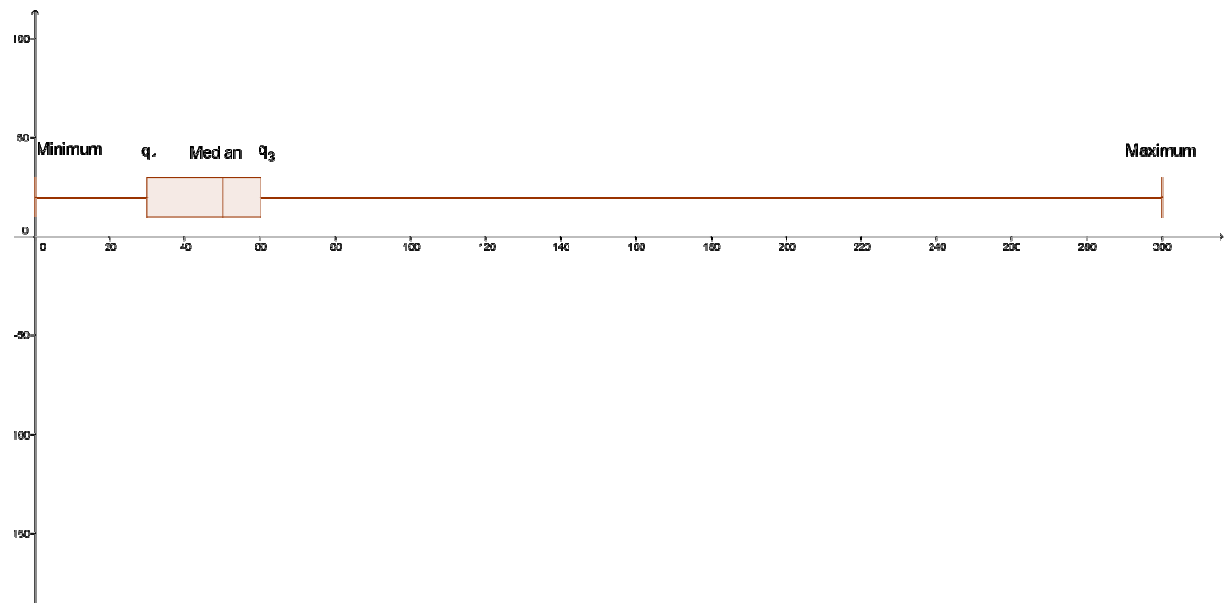


Abbildung 17: Boxplot „Lernen (11-Jährige)“

Im folgenden Boxplot werden die Antworten der 17-jährigen Schüler/innen auf die Frage „Wie oft pro Monat darfst Du länger als 21:00 Uhr von zuhause weg bleiben?“ veranschaulicht. Auffallend ist, dass es in diesem Fall keine Box gibt, da alle Quartile und auch das Maximum 30 sind. Es gibt nur einen Ausreißer: das Minimum (0 Tage).

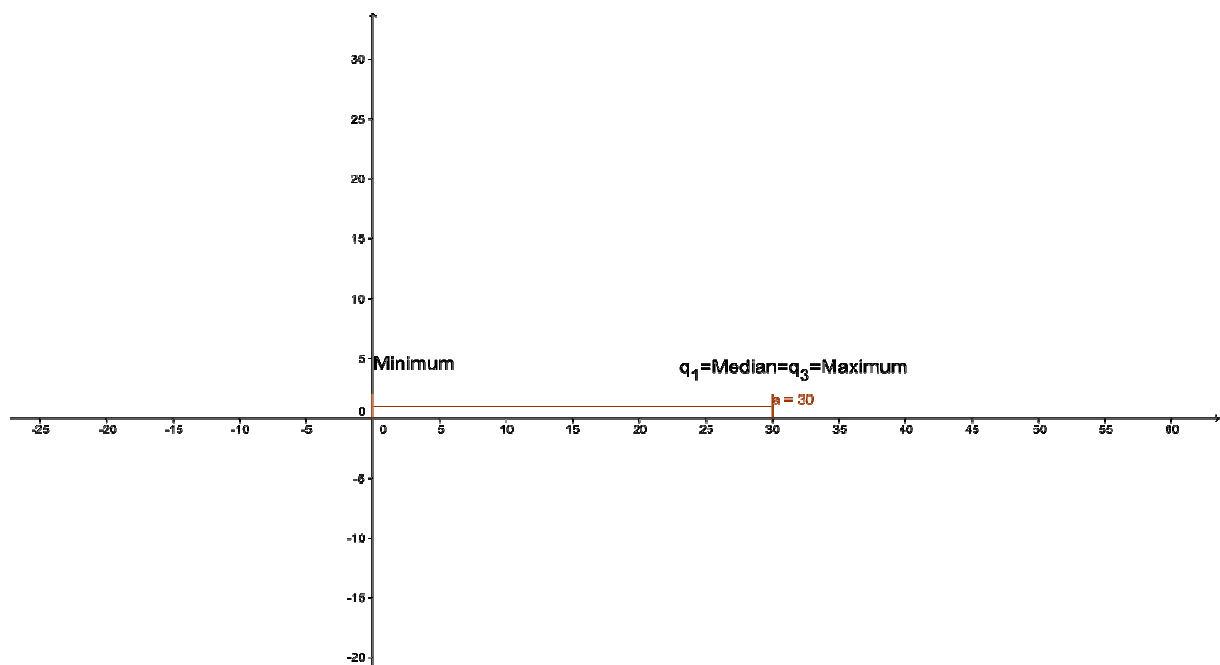


Abbildung 18: Boxplot „Fortgehen (17-Jährige)“

Der nächste Boxplot stellt das Gewicht der 17-Jährigen dar. Auffällig ist, dass das Maximum 117 kg ist, während zwei Drittel der 17-jährigen Schüler/innen zwischen 53 kg und 62 kg wiegen. Das Minimum ist 42 kg.

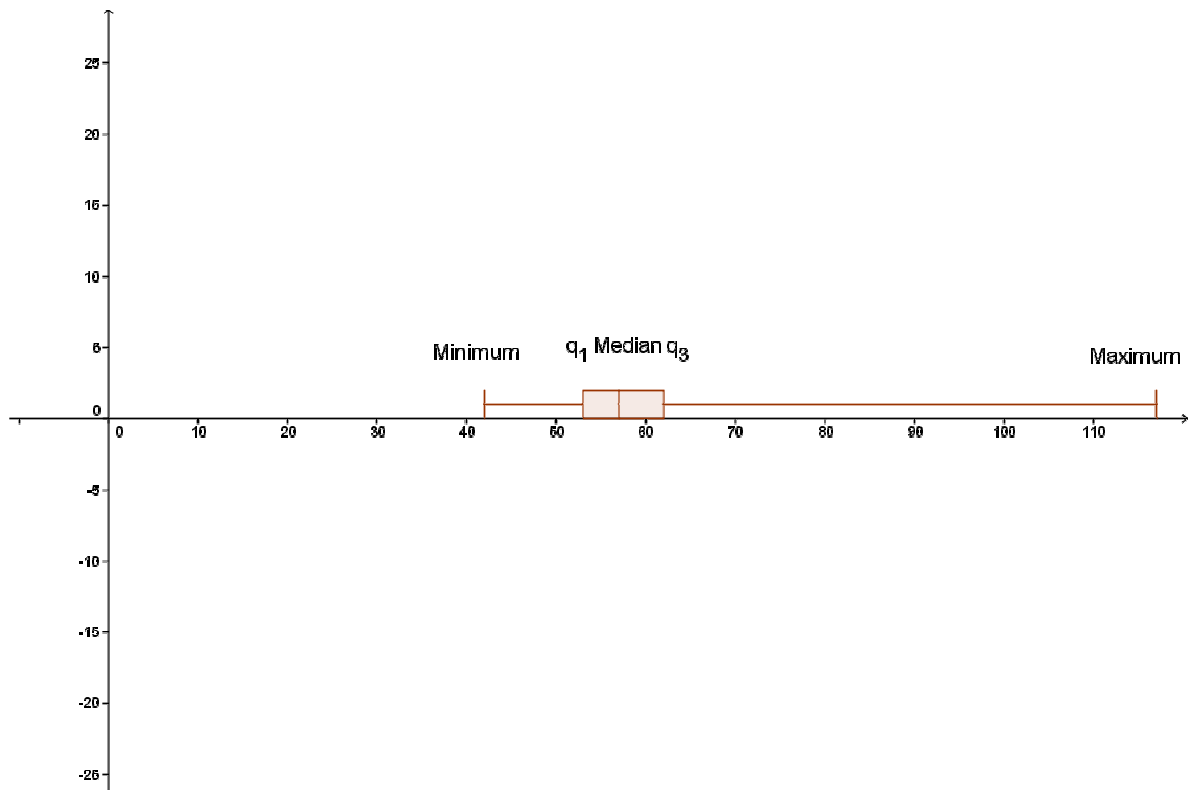


Abbildung 19: Boxplot „Gewicht (17-Jährige)“

Das folgende Diagramm ist ein Balkendiagramm. Es stellt dar, wie viele Haustiere welcher Art die Schüler/innen besitzen.

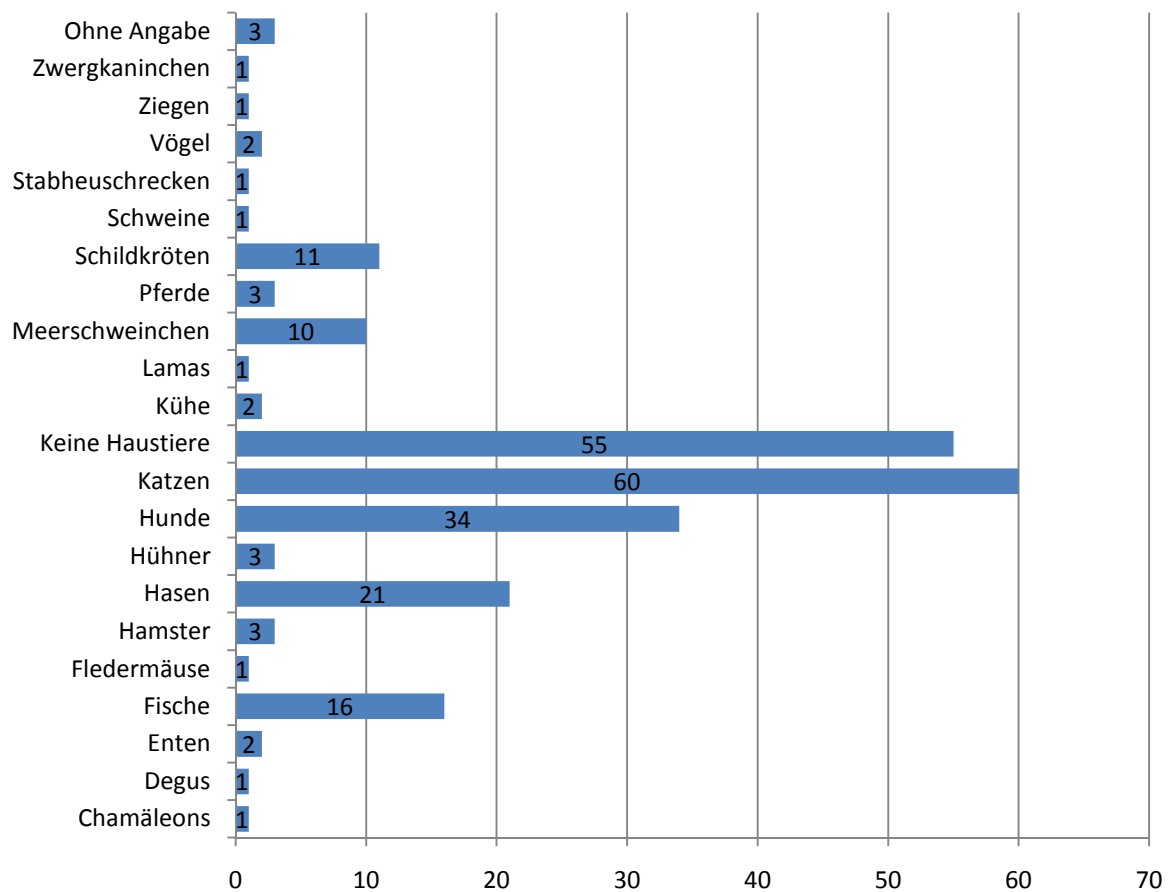


Abbildung 20: Balkendiagramm „Haustiere“

Das nächste Diagramm ist ein Tortendiagramm. Man kann daraus die Anzahl der Englischnoten des letzten Schuljahres ablesen. Die meisten befragten Schüler/innen gaben an, dass sie mit Befriedigend oder besser benotet wurden.

Auswertung der Umfrage

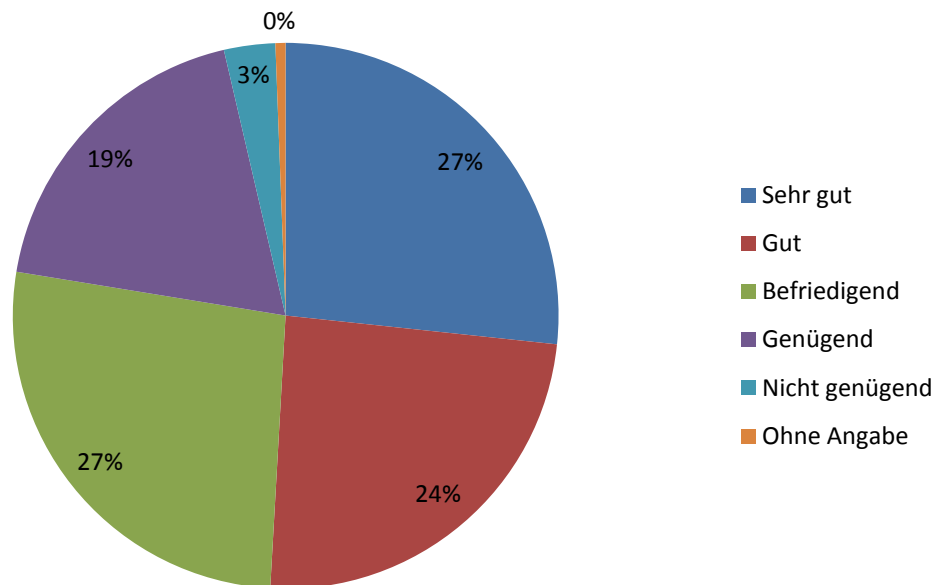


Abbildung 21: Tortendiagramm „Englischnoten“

Das folgende Tortendiagramm zeigt die Anzahl der Mathematiknoten der Schüler/innen. Man kann gut erkennen, dass auch im Fach Mathematik die meisten Schüler/innen mit einem Befriedigend oder besser benotet wurden. Im Durchschnitt schneiden die Schüler/innen in Mathematik besser ab als in Englisch.

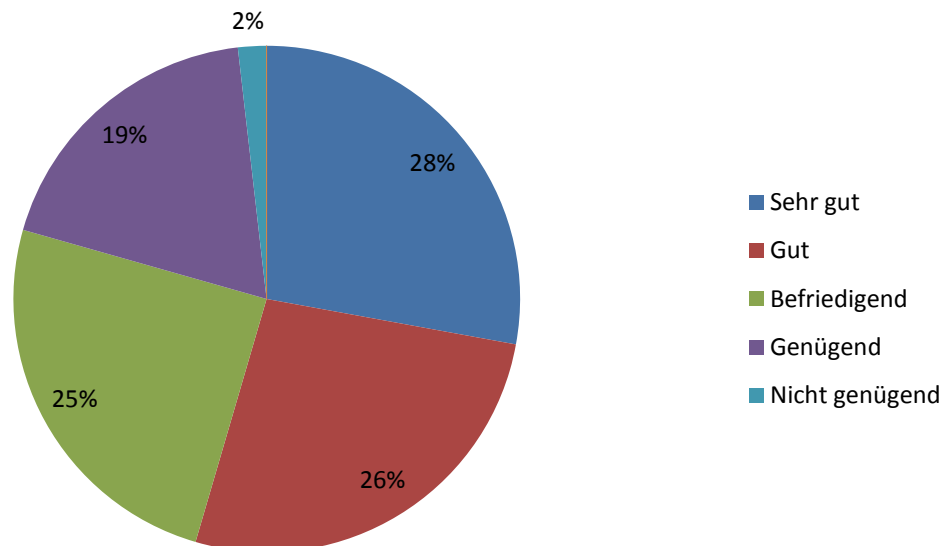


Abbildung 22: Tortendiagramm „Mathematiknoten“

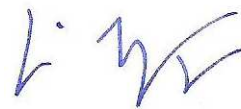
Anhang



Hiermit bestätige ich, dass meine Tochter/mein Sohn, Klasse
an der Umfrage für die Fachbereichsarbeit von Lisa Wagner, 8a, in Mathematik teilnehmen darf. Der
Fragebogen ist anonym und hat keine Auswirkungen auf die Beurteilung meines Kindes.

Unterschrift der/des Erziehungsberechtigten:.....

Vielen Dank für Ihre Mithilfe,

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'L. Wagner', is written above the printed name.

Lisa Wagner



1. Magst Du <i>Hello Kitty</i> ?	☐ Ja ☐ Nein
2. Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Geografie/Sachunterricht?	
3. Welche Haustiere hast Du?	
4. Hast Du ältere Geschwister?	☐ Ja ☐ Nein
5. Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Englisch?	
6. Wie weit wohnst Du von der Schule entfernt (in km)?	
7. Wie groß bist Du (in cm)?	
8. Wie lang lernst Du am Tag vor Deiner Mathematik Schularbeit (in Minuten)?	
9. Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Mathematik?	
10. Wie schwer bist Du (in kg)?	
11. Wie viele Tage warst Du letztes Schuljahr im Ausland auf Urlaub?	
12. Wie viele Menschen leben bei Dir im Haus/in der Wohnung?	
13. Wie oft pro Woche kaufst Du beim Buffet in der Schule Süßigkeiten?	
14. Wie oft pro Monat darfst Du länger als 21:00 Uhr von zuhause weg bleiben?	
15. Wie viele Stunden pro Woche betreibst Du Sport?	

Geschlecht: ☐ weiblich ☐ männlich

Alter:

Vielen Dank fürs Mitmachen :)

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Boxplot am Beispiel des Taschengelds	26
Abbildung 2: Streudiagramm: Körpergröße und Gewicht einer Schulklasse	27
Abbildung 3: Säulendiagramm: Die Lieblingsblume der Frauen	28
Abbildung 4: Balkendiagramm: Die Lieblingsblume der Frauen	29
Abbildung 5: Tortendiagramm: Die Lieblingsblume der Frauen	30
Abbildung 6: Regressionsgerade	33
Abbildung 7: Trendlinie „Alter – Fortgehen“	47
Abbildung 8: Trendlinie „Alter – Körpergröße“	48
Abbildung 9: Trendlinie „Alter - <i>Hello Kitty</i> “	49
Abbildung 10: Trendlinie „Gewicht – Sport“	50
Abbildung 11: Trendlinie „Gewicht – Körpergröße“	51
Abbildung 12: Trendlinie „Gewicht – Buffet“	51
Abbildung 13: Trendlinie „Ältere Geschwister – Mitbewohner“	52
Abbildung 14: Trendlinie „Mathematiknote - Lernen für Mathematik“	53
Abbildung 15: Trendlinie „Ältere Geschwister – Englischnote“	54
Abbildung 16: Trendlinie „Geografienote - Urlaubstage“	55
Abbildung 17: Boxplot „Lernen (11-Jährige)“	56
Abbildung 18: Boxplot „Fortgehen (17-Jährige)“	56
Abbildung 19: Boxplot „Gewicht (17-Jährige)“	57
Abbildung 20: Balkendiagramm „Haustiere“	58
Abbildung 21: Tortendiagramm „Englischnoten“	59
Abbildung 22: Tortendiagramm „Mathematiknoten“	59

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Die Lieblingsblume der Frauen	28
Tabelle 2: Beispiel für Regression	33
Tabelle 3: Beispiel für Korrelation	35
Tabelle 4: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Geschlecht“	36
Tabelle 5: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Alter“	37
Tabelle 6: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Hello Kitty“	37
Tabelle 7: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Geografienote“	37
Tabelle 8: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Haustiere“	38
Tabelle 9: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Geschwister“	38
Tabelle 10: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Englischnote“	39
Tabelle 11: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Entfernung“	39
Tabelle 12: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Größe“	41
Tabelle 13: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Lernen“	42
Tabelle 14: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Mathematiknote“	42
Tabelle 15: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Gewicht“	42
Tabelle 16: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Urlaub“	43
Tabelle 17: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Bewohner“	44
Tabelle 18: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Buffet“	44
Tabelle 19: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Fortgehen“	45
Tabelle 20: Absoluter Wert und Wert in Prozent „Sport“	45

Literaturverzeichnis

- [1] **Bamberg G., et al.**, *Statistik*, Verlag Oldenbourg, 2009
- [2] **Berger K.**, *Die Korrelation von Merkmalen*, [HTTP://WWW.MATHE-
ONLINE.AT/MATERIALIEN/KLAUS.BERGER/FILES/REGRESSION/KORRELATION.
PDF](http://www.mathe-online.at/materialien/klaus.berger/files/regression/korrelation.pdf), letzter Aufruf am 29.12.2010
- [3] **Berger K.**, *Rechenregeln für Summen*, [HTTP://WWW.MATHE-
ONLINE.AT/MATERIALIEN/KLAUS.BERGER/FILES/SUMMEN/RECHENREGELNSU
MMEN.PDF](http://www.mathe-online.at/materialien/klaus.berger/files/summen/rechenregelnsummen.pdf), letzter Aufruf am 13.12.2010
- [4] **Bornholdt H.-P., Dubben H.-H.**, *Der Hund, der Eier legt. Erkennen von Fehlinformationen durch Querdenken*, rororo-Verlag, 2005
- [5] **Campbell, S.**, *Flaws and Fallacies in Statistical Thinking*, Dover Publ Inc; Auflage: Dover, 2004
- [6] **Glebe R.**, *Hypothesentest oder Signifikanztext*, [HTTP://WWW.MATHESITE.DE/PDF/HYPO.PDF](http://www.mathesite.de/pdf/hypo.pdf), letzter Aufruf am 07.02.2011
- [7] **Götz S.**, *Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik für LAK*, Mitschrift Vorlesung an der Universität Wien, 2002
- [8] **Krämer W.**, *Statistik verstehen: Eine Gebrauchsanweisung*, Piper Verlag, 2010
- [9] **Ludwig-Mayerhofer W.**, *Korrelation und Regression*, [HTTP://WWW.FB1.UNI-
SIEGEN.DE/SOZIOLOGIE/MITARBEITER/LUDWIG-
MAYERHOFFER/METHODEN/METHODEN_DOWNLOADS/KORRELATION_REGRESS
ION.PDF](http://www.fb1.uni-siegen.de/soziologie/mitarbeiter/ludwig-mayerhofer/methoden/methoden_downloads/korrelation_regression.pdf), letzter Aufruf am 20.12.2010
- [10] **Malle G., Ramharter E., Ulovec A., Kandl S., et al.**, *Mathematik verstehen 7*, Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH, 2006
- [11] **Malle G., Ramharter E., Ulovec A., Kandl S., et al.**, *Mathematik verstehen 8*, Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2007
- [12] **Poggendorf Armin**, *Skala*, [HTTP://WWW.FH-
FULDA.DE/FILEADMIN/FACHBEREICH_OE/BILDER/PROFS/AP/DOKUMENTE
/PDF_3_-_SKALIERUNG_RANG_UND_REIHENFOLGE.PDF](http://www.fh-fulda.de/fileadmin/fachbereich_oe/bilder/profs/ap/dokumente/pdf_3_-_skalierung_rang_und_reihenfolge.pdf), letzter Aufruf am 31.10.2010

[13] **Riemer W.**, *Statistik erleben: Regression und Korrelation im Schulalltag*,
[HTTP://WWW.STUDIENSEMINARE-GE-
GYM.NRE.DE/K/RIEMER/MATHEMATIK/PUBLIKATIONEN/REGRESSION-UND-
KORRELATION-IM-%20SCHULALLTAG.PDF](http://www.studienseminare-ge-gym.nre.de/K/RIEMER/MATHEMATIK/PUBLIKATIONEN/REGRESSION-UND-KORRELATION-IM-%20SCHULALLTAG.PDF), letzter Aufruf am 27.12.2010

[14] **Rumsey D.**, *Statistik für Dummies*, Viley-VCH-Verlag, 2010

[15] **Schäfer F.**, *Die Exponentialverteilung*,
[HTTP://WWW.EXPONENTIALVERTEILUNG.DE/](http://www.exponentialverteilung.de/) , letzter Aufruf am 29.12.2010

- Verwendung des Programmes **GeoGebra**, [HTTP://WWW.GEOGEBRA.ORG](http://www.geogebra.org), 30.09.2010

GeoGebra

Verwendete Befehle:

- Boxplot
- Korrelationskoeffizient
- Trendlinie

Microsoft Office Excel 2007

Verwendete Befehle:

- Diagramme

Tabellen aller Werte

Folgende Tabelle wurde mit Microsoft Office Excel 2007 erstellt und enthält alle Werte aus der oben ausgewerteten Umfrage.

A... Wie alt bist du?

HK... Magst du Hello Kitty? (0... Nein, 1... Ja)

G... Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Geografie/Sachunterricht?

H... Welche Haustiere hast Du?

Brosis... Hast Du ältere Geschwister? (0... Nein, 1... Ja)

E... Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Englisch?

ES... Wie weit wohnst Du von der Schule entfernt (in km)?

KG... Wie groß bist Du (in cm)?

LM... Wie lang lernst Du am Tag vor Deiner Mathematik Schularbeit (in Minuten)?

M... Welche Note hattest Du vergangenes Schuljahr im Fach Mathematik?

Kg... Wie schwer bist Du (in kg)?

U... Wie viele Tage warst Du letztes Schuljahr im Ausland auf Urlaub?

MH... Wie viele Menschen leben bei Dir im Haus/in der Wohnung?

B ... Wie oft pro Woche kaufst Du beim Buffet in der Schule Süßigkeiten?

F... Wie oft pro Monat darfst Du länger als 21:00 Uhr von zuhause weg bleiben?

S... Wie viele Stunden pro Woche betreibst Du Sport?

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
weiblich	10	1	1	Fische	0		15		70	1	28	0	3	1	4,5	0,17
männlich	10	0	1	Katze, Meerschweinchen	0	1	15	154	180	1	39	14	4	1,5	5	6
weiblich	10	0	1	Katze	0	1	8	160	159	2		7	4	3	2	1,5
männlich	10	0	1	Katzen	0	1	5	153	60	1	38	7	4	0	3	5
weiblich	10	1	1	Pferde, Hunde, Hasen	1	1	10	143	120	1	30	10	4	2	3	7
weiblich	10	0	1	Hund	1	1	11,5	138	70	1	26	5	8	1,5	4	7
weiblich	10	1	1	Hund, Hase, Meerschweinchen	0	1	10	150	30	1	40	0	3	2	1,5	7,25
weiblich	10	1	1	0	1	1	2			2	35	30	5	4	10	7
männlich	10	0	1	Fische, Schildkröte, Meerschweinchen	0	1	15	149	120	1	37	5	5	0	15	10
männlich	10	0	1	Hund, Fische	0	1	15	153	60	2	33	21	3	3	10	6
weiblich	10	1	1	Katzen, Hund	1	1	11	155	120	1	42	0	3	1,5	0	4
weiblich	10	1	2		1	1	12	161	60	2	57	1	4	0	0	1
weiblich	10	0	1	0	1	1	1	146	5	2	35	14	4	0	0	6
männlich	10	0	1	Meerschweinchen	1	1	5	154	180	1	38	7	4	0	2	2
weiblich	10	1	1	0	0	1	3	144	120	2	30	4	4	1,5	3,5	10
weiblich	10	0	1	Katze	1	1	12	131	90	1	25	4	5	1	0	1
weiblich	11	1	1	0	0	1	20	143	300	2	34	16	2	0,5	2	2,5
männlich	11	0	1	Hund, Katzen, Fische, Meerschweinchen, Hase, Stabheuschrecken	0	1	5	152	0	1	50	0	6	0	0	4
weiblich	11	1	1	0	1	1	0,5	153	60	1	49	0	4	1	10	7
männlich	11	1	1	Hühner, Pferde, Schweine, Ziegen, Enten, Hunde, Katze	0	1	16	152	30	1	57	0	7	1		0

Anhang

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
weiblich	11	1	1	Hasen	0	1	12	145	40	1		14	4	1		5
männlich	11	1	1	Katze, Fische	0	3		160		3	42		5	1	1	
weiblich	11	1	1	Hunde, Katzen	0	2	1	140	30	2	32	14	6	0	0,5	4,5
weiblich	11	1	2	Katze	0	1	12	140	60	2	29	0	3	1	1	10
männlich	11	0	1	Schildkröten, Hasen, Katze, Fische	0	2	20	151	30	1	42	8	4	0	0	6
weiblich	11	1	3	0		3	37	158	60	1	60	28	3	1	0	4
weiblich	11	1	2	Fische	0	3	13	156	60	2	40	16	3	0	0	9
weiblich	11	1	3	Hunde, Katzen	1	3	3	143	40	2	33	7	4	1	1	10
weiblich	11	1	1	Hunde, Katzen, Meerschweinchen, Hasen, Schildkröte	0	1	15	140	40	1	36,8	34	3		2	15
weiblich	11	1	1	Meerschweinchen, Katze, Fische	0	1	11	144	38	2	35,8	7	5		3	6,5
männlich	11	1	1	Katzen	1	1	11	145	60	1	32	25	4	0	5	20
weiblich	11		2	Katzen, Hasen	1	2	10	161	60	2	50	0	4	1,5	1,5	15
weiblich	11	0	1	Katze	0	2	15	150	90	2	35	3	3	1,5	0	7
weiblich	11	0	1	Kühe, Katzen, Hühner	0	1	37	142	120	1	38	0	4	1,5	0	20
weiblich	11	1	2	Katzen, Schildkröte	1	2	12	161	30	1	50	0	3	1		9
männlich	12	1	3	Hund	0	3	0,7	157	140	4	42	0	6	2,5	24	11
weiblich	12	1	1	Hasen	1	3	15	165	80	3	45	5	5	1	0,5	5,5
männlich	12	1		Chamäleon	1	5	2	160	20	2	40	2	3	5	2	10
männlich	12	1	1	Katze	0	1	20	145		1		1	7	0	4	5
weiblich	12	0	1	0	0	2	20	154	120	1	42	0	4			20
weiblich	12	0	1	Katze	0	2	20	160	60	2	42	7	2	0	1	8
weiblich	12	1	1	Hund	0	3	15	150	180	3	42	7	4	0	2	5
weiblich	12	1	1	0	0	3	15	150	8	2	44	14	4	1,5	0	8,5
weiblich	12	1	1	Hund, Hase	1	2	24	150	480	2	28	0	6	0	2	12

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
weiblich	12	1	1	Katze	0	3	15	168	180	4		21	4	0	1	10
männlich	12	0	2	Katze	1	1	0,8	160	0	3	42	31	4	1	0	15
männlich	12	1	2	0	0	4	10	167	20	3	60	20	3	3	30	9
männlich	12	1	1	Katze	1	4	15	171	30	4	41	23	6	5	30	7
männlich	12	0	1	Kuh, Huhn, Hund, Katze	1	3	24	161	150	3	47	0	6	0,5	3	5
männlich	12	0	2	Katze	1	1	5	163	90	3	53	16	2	0,5	4,5	6,5
männlich	12	0	1	0	0	3	5	158	30	2	38	7	3	1,5	30	5
männlich	12	0	1	0	0	3	5	155	30	2	48	14	2	0	30	10
männlich	12	0	1	0	1	4	4	154	10	2	40	0	6	0	1	6
männlich	12	0	4	0	1	2	10	146	120	4	33	12	4	1,5	0	3,75
weiblich	12	1	1	Hund	0	4	10	168	120	4	50	14	4	1	3	5
weiblich	12	1	2	Katze	0	2	10	140	120	2	31	0	4	1	3	4
weiblich	12	0	1	Hund	0	2	1,5	164	120	2	70	14	3	0	4	6
männlich	13	1	4	0	1	4	1,5	173	180	4		45	7	0	5,5	7
weiblich	13	1	4	Katze	0	3	1	164	120	4	43	14	3	0	2	4
weiblich	13	1	1	Katze, Hase	1	1	8	162	120	1		11	4	0	4	5
weiblich	13	0	2	0	1	4	30	163	120	3	41	7	4	0	0	4
weiblich	13	1	1	Katze, Hund, Hase, Schildkröte	1	2	15	165	120	2	45	0	5	1	0	4
männlich	13	0	1	Katze	0	2	4	160	30	1	45	4	3	0	0	4
männlich	13	0	4	Degus	0	4	18	167	15	4	48	7	3	13	30	6
männlich	13	0	3	0	0	4		175	30	2	60	21	4	1,5	0	6
weiblich	13	0	4	0	1	4	20	161	105	5	70		4	0	14	8,5
männlich	13	1	2	Zwergkaninchen	0	4	3	160	15	3		0	3	2	5	17,5
männlich	13	0	4	Vögel, Schildkröte, Hasen	1	2	0,1	165	200	3	42	14	4	0	0	2
weiblich	13	0	4	0	1	3		164	60	4		14	4	0	1	5

Anhang

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
weiblich	13	1	4	0	1	3	1	170	180	3	53	10	4	5	3,5	2
weiblich	13	1	1	0	1	2	0,5	163	53	1	56	5	4	0	1	5
weiblich	13	1	2	Hund	1	3	0,1	170	180	2	59	30	4	0	2,5	2
männlich	14	1	2	Fische, Katze	1	3	4	152	0	1	42,5	3	3	0	0	10
weiblich	14	1	2	0	1	3	0,5	163	60	4		32	6	1	0	2
weiblich	14	0	4	0	1	3	0,5	163	30	3		3	3	0	30	4,5
weiblich	14	1	3	Katze	0	4	3	168	0	4	49	7	4	3,5	12	3
männlich	14	1	3	0	0	2	0,5	178	5	2	53	28	3	0	8	3
männlich	14	0	2	0	0	3	1		30	4	70	30	4	0	30	8
männlich	14	0	3	0	0	2	5	160	60	1	38	14	4	0	0	
weiblich	14	1	3	0	1	4	0,7	147	60	3	46,7	9	4	1	2	5
männlich	14	1	4	0	1	3	0,5	153	30	3	38		3	0	30	
weiblich	14	0	1	Katze	1	1	6	160	30	2	54	23	4	0	3	5
weiblich	14	0	1	Hund	0	3	2	175	60	2	59	7	4	1	1	10
weiblich	14	0	2	Katze	1	3	12,5	162	180	1	54	0	7	1	8	4,5
weiblich	14	0	1	Meerschweinchen	1	1		160	0	1	48	16	5	0	1,5	5
weiblich	14	0	2	0	1	3	18	164	120	3	56	7	6	1	10	7
männlich	14	0	2	Hasen	0	3	5		180	3	47	5	3	0	5	4
männlich	14	0	1	Hund	0	3	25	170	135	3	52	21	6	5	6	13
weiblich	14	1	1	Hund, Katze	1	2	15	156	120	1	45	7	6	0,5	4	13
weiblich	14	1	1	Hund, Katze, Hase	0	2	15	164	600	1	54	0	7	1	30	6,5
männlich	15	0	1	0	1	2	75	162	30	1	62	0	4	1,5	18	6
weiblich	15	1	1	Fische	1	2	35	154	30	1	41	7	4	0	8	8,5
weiblich	15	1	1	Katze	1	2	35	169	30	2	52	7	4	2	12	8
weiblich	15	1	2	Hamster	1	3	1,5	169	180	3	55	50	4	2	8	8

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
männlich	15	0	1	Katze	1	1	35	162	100	2	52	14	4	0	18	14
männlich	15	0		Hamster	0	5	8	160	60	5	40	30	4	0	20	8,5
männlich	15	0	2	0	1	4	15	186	120	4	78	25	4	5	30	18
männlich	15	1	2	Katze	1	4	5	178	180	4	56	10	4	3	30	10
weiblich	15	0	2	Schildkröte	1	4	1,5	169	0	3			3	5	1	0
weiblich	15	1	1	Hund	1	2	7	165	120	3	50	40	4	2	5	4
männlich	15	0	1	Katze	1	2	10	178	30	1	69	21	4	2	8	6
männlich	15	0	1	Katze, Hund	0	2	20	183	30	1	80	0	4	0	5	6
weiblich	15	1	2		1	3	8	178	180	2		14	6	1	4,5	3
weiblich	15	0	2	Katze	0	2	5	171	120	3		17	3	0	7	5
weiblich	15	0	3	0	0	5	2	170	240	4	68	21	5	0	1	0,5
weiblich	15	0	2	Katze	1	4	9	171	180	4	67	6	2	0	30	2
weiblich	15	0	1	0	1	2	9	162	180	1	51	10	5	1	10	2,5
weiblich	15	0	1	Katze, Hund	0	3	20	170	0	1	62	0	7	1	2,5	5
weiblich	15	0	2	Hase	1	3	20	161	180	2	55	7	4	0	4	2
weiblich	15	0	2	Hund, Pferd	1	3	20	160	240	3		0	4	0	1	4
weiblich	15	0	2	0	0	3	0,5	164	240	3	51	7	3	0	2	2
weiblich	15	0	2	Hase	1	4	7	164	120	2		7	4	0	3,5	3
männlich	16	1	3	0	1	5	10	175	10	4	45	14	6	2	9	1
männlich	16	0	3	Katze	1	5	12	181	120	4	73	10	4	0	4	12
weiblich	16	0	3	0	0	4	1	170	180	4		0	2	0	2	0
männlich	16	1	4	Schildkröte	0	4	1,25	185	150	4	60	0	3	0,5	30	4
männlich	16	1	4	Katze	0	4	15	180	90	4	95	14	3	0	30	9
weiblich	16	1	2	Hund	0	3	25	161	160	3	50	0	5	2	30	4
weiblich	16	0	1	Katze, Hase	0	2	10	165	120	3		0	4	0	4	2,5

Anhang

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
weiblich	16	1	4	Fisch, Katze	1	4	22	169	20	4	58	7	4	1	8	2
weiblich	16	1	1	0	1	1	15	167	12	3	70	0	6	0	2	3
weiblich	16	0	4	0	1	3	25	167	30	4	63	5	5	1,5	8	2,5
weiblich	16	1	4	Hund	0	4	35	166	300	4	50	14	4	0	8	2
männlich	16	1	3	0	1	4	1	174	0	4	60	40	5	1	30	5
weiblich	16	0	2	Hasen	1	2	1	176	120	2		14	5	0	30	3,5
weiblich	16	1	1	0	0	1	5	170	300	1	54	7	4	0	5	3
weiblich	16	0	2	Hund, Lamas	0	2	2	169	240	3		0	3	0	8	4
weiblich	16	0	1	Schildkröten, Vögel, Fische	0	1	25	165	120	1	52	14	4	0	8	2
weiblich	16	1	2	Katze	1	2	19	163	60	3	58	14	4	0	30	4
weiblich	16	0	1	Hund, Katze, Fische, Meerschweinchen	1	2	6	165	180	3	57	0	6	0	8	2
weiblich	16	0	1	0	0	2		165	180	3		21	6	0	8	0
weiblich	16	0	1	Hund	1	1	17,5	168	190	1	60	0	5	1	30	3
weiblich	16	0	1	Katze, Meerschweinchen	0	1	10	165	240	3	61	15	4	0,5	30	5
weiblich	16	1	2	Katze, Fische	1	1	40	169	30	2	64	7	3	0,5	8	3
weiblich	17	0	1	0	0	4	18	159	0	4	56	30	3	3	0	2
weiblich	17	0	1	0	1	1	10	170	150	2	51	7	5	0	30	3,5
weiblich	17	0	3	0	1	4	0,3	170	120	4	57	14	6	3	0	2
weiblich	17	0	1	Hasen, Enten	1	1	7	160	180	1	48	7	4	0	30	2
männlich	17	0	2	Katzen	0	3	25	172	240	3	66	0	4	0	30	5
weiblich	17	1	4	0	0	3		160	180	4	42		5	0		3
weiblich	17	0	2	Katzen	0	4	3	176	240	4	59	39	4	1	30	4
weiblich	17	0	1	0	0	2	10	165	280	3	55	8	4	1	8	2
männlich	17	0	3	0	0	3	0,3	181	180	3	73	42	2	0	30	9

Geschlecht	A	HK	G	H	Brosis	E	ES	KG	LM	M	kg	U	MH	B	F	S
männlich	17	0	3	Katze	1	4	7	171	100	3	58	12	5		30	10
männlich	17	0	2	Katze, Fische	0	4	15	174	350	3		30	4	0	30	3,5
weiblich	17	1	1	Schildkröte	0	3	27	167	30	2	53	18	4	0	30	2
weiblich	17	1	1	Fledermaus	0	2	20	158	60	2	47	8	3	0,5	30	2
weiblich	17	0	1	Hase	0	1	20	169	60	1	55	14	4	0,5	30	1,5
weiblich	17	1	1	Katze	0	2	2	168	200	2	53	10	2	0	30	3
männlich	17	0	1	0	0	3	7	185	0	2	70	20	5	0	30	12
weiblich	17	0	3	Hase	0	4	7	167	120	3	59	7	3	1	30	2
weiblich	17	1	1	Hund	1	3	16	165	90	3	62	7	5	0	30	1,5
männlich	17	0	1	0	1	4	2	182	20	3	117	7	3	0	30	3
weiblich	17	0	1	Hund, Katze, Schildkröte	0	1	28	173	0	1	58	7	4	0	30	2
weiblich	18	1	4	0	0	3	7	181	180	5	75	50	4	0	30	2
männlich	18	1	1	0	1	1	14	184	120	1	70	30	1	7	0	
weiblich	18	1	1	Katze	1	4	12	165	60	2	55	9	5	0	30	3
weiblich	18	0	3	Hund	0	3	15	160	100	4	53	83	2	2	30	3
weiblich	18	0	1	0	0	2	3	170	200	3	53	14	2	0	30	4
weiblich	18	1	1	0	0	3	2	168	120	2	54	20	3	0	30	2
weiblich		1	1	0	1	1	1	160	150	2	47	7	5	1	2	6
männlich		1	1		0	2	100		6	4	56	28	3	2		11
weiblich		1	3	Hamster	0	2	0,5	164	0	3	54	60	4	1	4	8
männlich		0	2	0	0	3	0,3	180	0	1	70	30	4	0	30	8
		0	1	0	0	2	40	168	300	1	51	40	5	0	0	3

Lisa-Marie Wagner

Aggsbach 88
3641 Aggsbach Markt

L e b e n s l a u f

Name: Lisa-Marie Wagner

Geburtsdatum: 4. Juli 1993

Geburtsort: Wien

Vater: Klausdieter Wagner, Ingenieur für Nachrichtentechnik

Mutter: Annemarie Wagner, geb. Bernhofer, Verkäuferin

Geschwister: Julia Wagner, Schülerin

Staatsbürgerschaft: Österreich

Schulbildung:

- 4 Jahre Volksschule in Aggsbach Markt
- 7 Jahre BG Rechte Kramszeile mit ausgezeichnetem Erfolg abgeschlossen
- Derzeit: 8. Klasse, BG Rechte Kramszeile

Sprachkenntnisse:

- Deutsch (Muttersprache)
- 9 Jahre Englisch (Volksschule und Gymnasium)
- 5 Jahre Latein (Gymnasium)
- 3 Jahre Französisch (Gymnasium)

Weitere Kenntnisse:

- Instrumente (Gitarre, Blockflöte, Geige)
- Schwimmen (Helferschein)
- 1 Jahr Klassensprecherstellvertreterin
- Mitglied des Ballkomitees des Abschlussballs des BG Rechte Kramszeile „Lost in Paradise“
- Teilnahme am Projekt „Dem Klassenklima auf der Spur“ in Zusammenarbeit mit der BOKU und 2 weiteren Schulen
- Jugendrotkreuzsprecherin (gesamte Oberstufe)

Dank

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. MMag. Kittel, der mich bei der Erstellung der Arbeit begleitet und unterstützt hat, meinen Eltern, die mich in schwierigen Situationen gestützt haben und meinem Freund Andreas, der geduldig meine Launen ertragen und mich immer wieder aufgerichtet hat.

„Ich erkläre, dass ich diese Fachbereichsarbeit ausschließlich selbst und ohne Gebrauch unerlaubter Hilfsmittel oder Hilfen verfasst habe.“

12.02.2011

