12 **1 – über Polynomfunktionen dritten Grades**

04 **a Splines** werden allgemeine Polynomfunktionen dritten Grades genannt, die an einem bestimmten Punkt stetig aneinander gefügt werden. Für den Kontaktpunkt gilt Folgendes: Funktionswert, Steigung und Krümmung sind für beide Splines ident.

Gegeben ist die Splinefunktion $s_1(x)=2\cdot x^3+x^2-x+1$, die an der Stelle $x=-0{,}5$ an die Splinefunktion $s_2(x)=a\cdot x^3+b\cdot x^2+c\cdot x+d$ angefügt werden soll, deren Graph durch den Punkt $\mathrm{P}(-2/2)$ geht.

Geben Sie das notwendige Gleichungssystem für die Berechnung der Koeffizienten von s_2 an und ermitteln Sie diese!

Schreiben Sie die gesuchte Funktion an: $s_2(x)=$

02 **b** Gegeben ist eine Polynomfunktion dritten Grades: $f(x)=\frac{1}{6}\cdot x^3+b\cdot x^2+c$

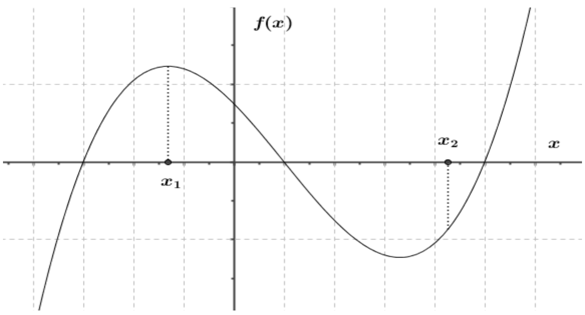
Zeigen Sie, dass für die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen der Funktion f Folgendes gilt: $\mathrm{W}(-2\cdot b/y)$!

03 **c** Bestimmen Sie **händisch** das Integral von $f(x)=x^3-3\cdot x^2-18\cdot x$ zwischen den Grenzen -3 und 0. Wie wird diese Art des Integrales genannt? Nennen Sie eine mögliche Interpretation des Ergebnisses. Bestimmen Sie die Differenz des oben berechneten Integrals zu der Obersummen- sowie Untersummenberechnung mit jeweils 10 Rechtecken.

01 **d**

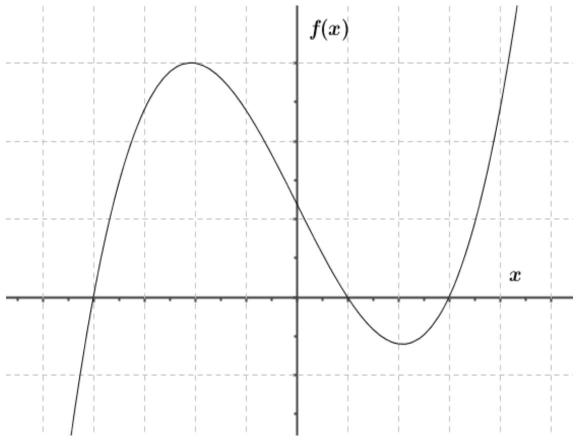
<table>
<tr><td rowspan="3">Gegeben ist eine allgemeine Polynomfunktion p dritten Grades.</td><td rowspan="5"></td><td>$p(x)$ besitzt maximal 3 Nullstellen</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>$p(x)$ besitzt zwei Hochpunkte</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>$p(x)$ kann zwei Sattelpunkte besitzen</td><td>☐</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie jene zwei Aussagen an, die für die Funktion p gelten können.</td><td>$p(x)$ besitzt genau einen Wendepunkt</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>$p(x)$ besitzt eine senkrechte Asymptote</td><td>☐</td></tr>
</table>

01 **e**

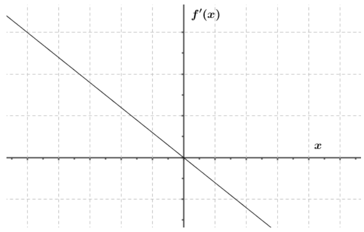
<table>
<tr><td rowspan="2">Gegeben ist unten stehender Graph der Funktion f .
</td><td rowspan="4"></td><td>$f'(x_1)$ ______ $f'(x_2)$</td></tr>
<tr><td>$f''(x_1)$ _____ $f''(x_2)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Aufgabenstellung: Ergänzen Sie folgende Aussagen über die erste und zweite Ableitung an den Stellen x_1 und x_2 mit „<“, „>“ , „< 0“ oder „> 0“.</td><td>$f'(x_2)$ ____</td></tr>
<tr><td>$f''(x_1)$ ____</td></tr>
</table>

01 **f**

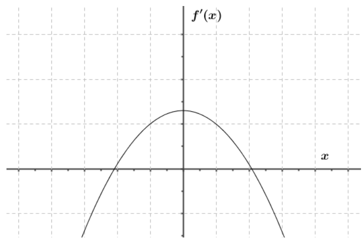
Gegeben ist der Graph der Funktion f .



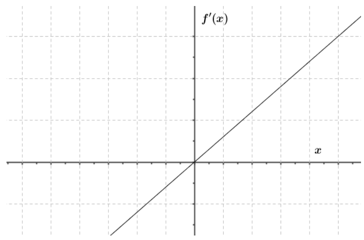
Aufgabenstellung:
Ordnen Sie dem gegebenen Graphen der Funktion f den korrekten Graphen der Ableitungsfunktion f' zu!



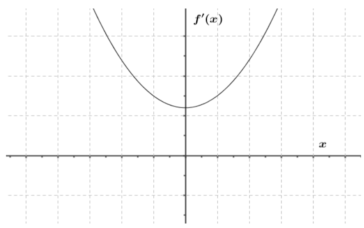
☐



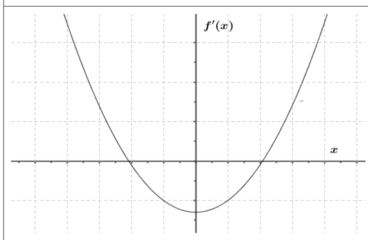
☐



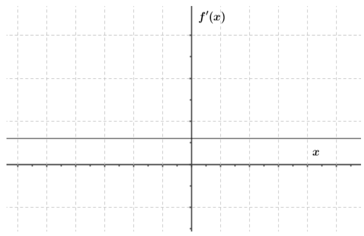
☐



☐



☐



☐

11 **2 – über Gleichungen**

05 **a** Berechnen Sie **händisch** die Lösungen der symmetrischen Gleichung $13 \cdot x^4 + 170 \cdot x^3 + 26 \cdot x^2 + 170 \cdot x + 13 = 0$ mittels einer geeigneten Substitution.

03 **b** Berechnen Sie **händisch** die Lösung der Wurzelgleichung $\sqrt{x+5} + 2 = \sqrt{6x+1}$. Geben Sie die Definitionsmenge an und führen Sie **händisch** die Probe durch.

03 **c** Bestimmen Sie **händisch** die Lösung der Differentialgleichung (DGLG) $y' = x \cdot y$ mit der Anfangsbedingung $\mathrm{P}(0/1)$.
Wieso ist eine unbekannte Konstante Teil der allgemeinen Lösung einer DGLG und wie viele Lösungen besitzt eine Differentialgleichung ohne Anfangsbedingung? Welcher Unterschied besteht in der Lösung einer DGLG im Gegensatz zur Lösung der anderen Gleichungen dieses Beispiels?

09 **3 – über Wahrscheinlichkeiten**

Die Häufigkeit der Ansetzung an einem bestimmten Spielort in den letzten fünf Saisonen eines Ihnen bekannten Basketballschiedsrichters ist in unten stehender Tabelle angegeben.

Spielort	**Häufigkeit [%]**
Fürstenfeld	8,91
Gmunden	12,87
Graz	11,88
Klosterneuburg	12,87
Oberwart	7,92
St. Pölten	9,90
Wels	7,92
anderer	27,73

03 **a** Angenommen die Ansetzungen erfolgen zufällig, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei den nächsten 100 Ansetzungen genau 10, 11, 12, 13 oder 14 Mal in **Klosterneuburg** eingesetzt zu werden (berechnen Sie einen der Werte **händisch**)? Zeichnen Sie ein Wahrscheinlichkeitsfunktionsdiagramm für die ermittelten Werte!

03 **b** Wie viele Ansetzungen müssten theoretisch abgewartet werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von über 99,9 Prozent in **Klosterneuburg** eingesetzt zu werden? Berechnen Sie **händisch**!

03 **c** Begründen Sie warum obige Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximiert werden darf! Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit **zwischen 8 und 13 Mal** in Klosterneuburg zu pfeifen, und zwar ein Mal mit der Binomialverteilung, und je ein Mal mit der Normalverteilung mit und ohne Stetigkeitskorrektur.

08 **4 – über Kosten- und Preistheorie**

Eine Firma führt Aufzeichnungen über die Kosten (in Geldeinheiten GE) ihrer Produktion (in Mengeneinheiten ME). Folgende Werte wurden in einer Tabelle zusammen gefasst.

produzierte ME	**Kosten in GE**
100	10.500
200	18.000
300	27.000
450	44.000

01 **a** Bestimmen Sie eine Kosten-Polynomfunktion dritten Grades (Koeffizienten mit 10 Nachkommastellen), die diese Daten am besten fittet.

$K(x)=$

01 **b** Ermitteln Sie $K(0)$ und erläutern Sie in eigenen Worten und an Hand eines Beispieles wofür dieser Wert im gegebenen Kontext steht.

$K(0)=$

02 **c** Geben Sie an, wie die Gewinnfunktion $G(x)$ definiert ist und bestimmen Sie jenes Intervall der Mengeneinheiten, in dem es zu einem Gewinn für die Firma kommt, wenn pro erzeugte ME 100 GE eingenommen werden.

$I=[\qquad ; \qquad]$

02 **d** bestimmen Sie das Betriebsmaximum und den entsprechenden Gewinn bei der ermittelten ME.

01 **e** Geben Sie die Grenzkosten für eine produzierte Menge von 400 Stück an!

produzierte Stück	**Grenzkosten**
400	GE

01 **f**

Gegeben ist eine Gewinnfunktion $G(x)$, eine Kostenfunktion $K(x)$ und eine Erlösfunktion $E(x)$.		$K''(x)=0$	☐
		$K'(x)=E(x)$	☐
		$K(x)=0$	☐
Aufgabenstellung: Kreuzen Sie jenen Ausdruck an, der angibt, ab wann sich der Anstieg der möglichen Kosten $K(x)$ zu verlangsamen beginnt.		$G'(x)=K'(x)$	☐
		$K'(x)=0$	☐
		$K'(x)=E'(x)$	☐

08 **5** – über Geometrie

03 **a** Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius des gegeben Kreises k: $x^2+y^2-10\cdot x-4\cdot y=-11$ und berechnen Sie **händisch** die Steigung im Punkt $P(8/-1)$ mittels impliziter Differentation.

03 **b** Leiten Sie die Volumsformel $V=\frac{r^2\cdot\pi\cdot h}{3}$ für einen Drehkegel her und erläutern Sie in eigenen Worten, warum bei diesem *spitzen* Körper der Faktor $\frac{1}{3}$ in dieser Formel vorkommt. Fertigen Sie eine Skizze an!

01 **c**

Gegeben sind folgende Vektoren sind gegeben: $\vec{a}=\begin{pmatrix}-1\\-3\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$, $\vec{c}=\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}$		$\vec{c}$ ist das Vielfache eines der anderen Vektoren	□
		$\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind orthogonal	□
		$\lvert\vec{a}\rvert=\lvert\vec{b}\rvert$	□
Aufgabenstellung: Kreuzen Sie jene zwei Aussagen an, die für die gegeben Vektoren $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ korrekt sind!		$\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind parallel	□
		$\vec{a}$ und $\vec{c}$ sind orthogonal	□

01 **d** Gegeben sind vier Kegelschnittgleichungen!
Aufgabenstellung: Ordnen Sie diesen Gleichungen die Bezeichnungen der entsprechenden Kegelschnitte zu.

$3x^2-3y^2=16$			**A**	Kreis
$3x^2+16y^2=3$			**B**	Ellipse
$3x^2+3y^2=16$			**C**	Hyperbel
$3x^2=16y$			**D**	Parabel

Σ………(max. 48)

Sehr gut 45 – 48	**Gut 40 – 44,75**	**Befriedigend 30 – 39,75**	**Genügend 24 – 29,75**	**Nicht genügend 00 – 23,75**