

07 **1**

01 **a** Definiere die Begriffe **Matrix** und **Determinante**!

02 **b** Zeige an Hand einer allgemeinen 2×2 -Matrix, dass $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ das Einselement der Matrizenmultiplikation ist. Verifiziere diese Aussage mittels $I \cdot A = A \cdot I = A$!

04 **c** Eine geheime, aus vier Buchstaben bestehende Botschaft, ist mit der Verschlüsselungsmatrix V_i chiffriert. Um welche der drei untenstehenden Matrizen handelt es sich? Begründe Deine Wahl! Die Verschlüsselungsgleichung lautet $G = V_i \cdot U$.

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad V_3 = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Der verschlüsselte Text lautet **R X E Y**. Dechiffriere die Botschaft!

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	

09 **2**

01 **a** Wenn Licht in Meerwasser eindringt, nimmt die Intensität $B(\tau)$ (Einheit Wm^{-2}) des Lichtes mit zunehmender Tiefe τ ab. Die Änderung der Lichtintensität ist von einer Materialkonstante λ des Wassers abhängig. Stelle den für dieses Problem angepassten Differenzialgleichungsansatz auf!

04 **b** Löse die unter a aufgestellte Differenzialgleichung. Bestimme die Integrationskonstante so, dass der Graph der Lösung durch den Punkt $P(0/1367)$ ¹ geht.

02 **c** Bestimme die Materialkonstante λ (6 Nachkommastellen) derart, dass in einer Tiefe von 1,2 Meter die Strahlungsintensität auf 270 Wm^{-2} abgefallen ist.

02 **d** Berechne die *Halbwertstiefe*! Worum handelt es sich bei diesem Begriff?

12 **3**

04 **a** Berechne alle Lösungen der Gleichung $x^4 - x^2 - 6 = 0$ über den komplexen Zahlen!

04 **b** Von der Gleichung $x^5 - 9x^4 - 21x^3 + 271x^2 - 142x - 1360 = 0$ sind die Lösungen $x_1 = -2$ und $x_2 = 4 + i$ gegeben. Berechne die restlichen Lösungen! Erläutere die Anzahl und Art der Lösungen mittels mathematischer Sätze.

04 **c** Finde alle Nullstellen der Gleichung $x^3 + 0,99x^2 - 2,1121x - 0,242979 = 0$ mittels Newton'schen Näherungsverfahren!

¹ Der Wert 1376 Wm^{-2} gibt die Strahlungsleistung der Sonne pro Quadratmeter an der Erdoberfläche an.

- 12 **4**
 Die Suche nach Erdöl ist riskant und sehr kostenintensiv. Deshalb wird oft auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung zurückgegriffen um Material zu sparen. Aus Erfahrung weiß man, dass nach eingehenden Voruntersuchungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 Prozent bei einer Probebohrung Öl gefunden wird. Um ein neues Ölfeld zu untersuchen, führt eine Firma 60 Probebohrungen durch.
- 04 **a** Berechne die Wahrscheinlichkeit bei **genau** 10, 11, 12, 13 oder 14 Bohrungen Öl zu finden und stelle das Ergebnis in einem Wahrscheinlichkeitsfunktionsdiagramm dar! [Wahrscheinlichkeit $0,02 \hat{=} 1 \text{ cm}$]
- 02 **b** Bestimme die Wahrscheinlichkeit bei **mindestens einer** Bohrung Öl zu finden!
- 03 **c** **Wie viele** Bohrungen wären durchzuführen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von über 99 Prozent Öl in diesem Gebiet zu finden?
- 03 **d** Überprüfe, ob die obige Binomialverteilung durch die Normalverteilung approximiert werden kann. Wenn ja, vergleiche den Wert $P(10 \leq X \leq 14)$ der Binomialverteilung mit dem entsprechenden Wert der Normalverteilung. Wie groß ist die Differenz der beiden Werte? Verwende die Stetigkeitskorrektur!
- 08 **5**
- 05 **a** Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ und $g(x) = x^2 + 2x$. Die Funktion $f(x)$ schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 1$ und besitzt in $W\left(-\frac{1}{3} / \frac{20}{27}\right)$ einen Wendepunkt. Zeige, dass $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$ gilt!
- 03 **b** Bestimme die Schnittpunkte der beiden Kurven und berechne die Flächeninhalte der beiden entstehenden Flächenstücke. In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte zueinander?

Σ.....(max. 48)

Sehr Gut 45 – 48	Gut 40 – 44	Befriedigend 30 – 39	Genügend 24 – 29	Nicht Genügend 00 – 23
------------------	-------------	----------------------	------------------	------------------------