

07 **1**

03 **a** Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge! Führe die Probe durch!

$$\sqrt{6+x} + \sqrt{22-2x} = \sqrt{9x+22} \quad G = \mathbb{R}$$

02 **b** Löse die Ungleichung für $G = \mathbb{R}$! Bestimme zuerst die Definitionsmenge! Gib die Lösung in Intervallschreibweise an!

$$\frac{x-2}{x-4} > \frac{x+3}{x-5}$$

02 **c** Löse die Exponentialgleichung in \mathbb{R} !

$$2^{x-3} - 5^{x+1} + 2^{x+1} = 5^{x-4} - 2^{x-2}$$

07 **2** Gegeben sind zwei Kreise $k_1 : x^2 + y^2 - 6x - 4y = 12$ und $k_2 : x^2 + y^2 + 8x - 6y = 60$.

01 **a** Bestimme die Mittelpunkte und Radien der zwei gegebenen Kreise!

02 **b** Ermittle die Schnittpunkte von k_1 und k_2 !

04 **c** Bestimme den Schnittwinkel beider Kreise durch **Legen von Tangenten** und mittels **impliziter Differentiation**. Verwende den Schnittpunkt mit ganzzahligen Koordinaten!

15 **3** Gegeben ist die Funktion $f(x) = x \cdot \ln x$. Es gilt $\int_1^2 f(x) dx = 0,636294261$ FE.

01 **a** Überprüfe das obige Ergebnis mittels analytischer Integration!

02 **b** Leite die Formel für die partielle Integration her!

02 **c** Worum handelt es sich beim mathematischen Begriff der Integration? Inwiefern unterscheiden sich das unbestimmte und das bestimmte Integral? Wozu dient die Integrationskonstante C ?

02 **d** Nähere obiges Integral mit der Rechteckregel an! Verwende 3 äquidistante Zwischenstützstellen! Gib alle Zwischenschritte an!

02 **e** Nähere das Integral mit der Simpsonformel für $n = 3$ an! Gib alle Zwischenschritte an!

04 **f** Entwickle für die Funktion $f(x)$ ein Taylor-Polynom 3. Grades an der Stelle $x = 1$ und integriere dieses! Gib alle Zwischenschritte an!

02 **g** Welche zwei mathematischen Konzepte zur Berechnung eines bestimmten Integrals stecken hinter den Aufgaben d und e einerseits, sowie f andererseits? Erläutere diese!

- 09 **4** Die Giftstoffkonzentrationen zweier wasserverschmutzender Substanzen in einem See betragen zum Zeitpunkt 0 bei Stoff A 100 mg/l, bei Stoff B 250 mg/l. Nach 10 Tagen wird die Schadstoffkonzentration noch ein Mal bestimmt: Stoff A 137 mg/l, bei Stoff B 302 mg/l. Aus Untersuchungen weiß man, dass die Konzentration des Stoffes A exponentiell, die des Stoffes B linear steigt.
- 03 **a** Zeige, dass Giftstoff A die Funktionsgleichung $G_A(t) = 100 \cdot e^{0,031481074 \cdot t}$ und Giftstoff B die Funktionsgleichung $G_B(t) = 5,2 \cdot t + 250$ erfüllt.
- 06 **b** Ermittle mittels Newton-Verfahrens (Genauigkeit 10^{-2}) zu welchem Zeitpunkt die Schadstoffkonzentrationen der beiden Gifte gleich groß ist! Zeichne dazu beide Graphen im Intervall $I = [0;60]$ (x-Achse: $5 \hat{=} 1$ cm, y-Achse: $50 \hat{=} 1$ cm), um einen geeigneten Startwert zu erhalten. Wie groß ist die Konzentration zum berechneten Zeitpunkt?
- 10 **5** In einem Casino wird folgendes Spiel angeboten. Es wird mit zwei Würfeln gleichzeitig geworfen. Wirft man „12“ erhält man 100 €, wirft man „11“ oder „10“ werden 50 € ausbezahlt.
- 01 **a** Berechne die Gewinnerwartung bei einem Einsatz von 10 €!
- 02 **b** Ist obiges Spiel fair? Erläutere, welche Bedingung für ein faires Spiel gelten muss. Was bedeutet eine negative Gewinnerwartung für den Spieler?
- 02 **c** Wie ist der Einsatz zu verändern, damit obiges Spiel fair wird? Berechne ebenfalls, wie der Gewinn bei einer „12“ zu ändern wäre, um das Spiel fair zu gestalten!
- 02 **d** Berechne die Wahrscheinlichkeit bei 10 Würfeln genau 3 Mal eine „12“ zu werfen! Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit bei 8 Würfeln, dass die Würfel mindestens 1 Mal eine „10“ zeigen?
- 03 **e** Wie oft müssen die Würfel geworfen werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von über 75 Prozent eine 12 zu werfen?

Σ.....(max. 48)

Sehr Gut 45 – 48	Gut 40 – 44,5	Befriedigend 30 – 39,5	Genügend 24 – 29,5	Nicht Genügend 00 – 23,5
------------------	---------------	------------------------	--------------------	--------------------------