

- 09 **1**
- 04 **a** Gegeben sind vier Punkte $A(6/2/-3)$, $B(1/7/-3)$, $C(1/2/2)$ und $D(1/-3/-3)$ durch die eine Kugel geht. Zeige, dass der Mittelpunkt $M(1/2/-3)$ und der Radius $r = 5$ gilt!
- 02 **b** Die unter a gegebene Kugel soll mit der Geraden $X = \begin{pmatrix} -14 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ geschnitten werden. Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte.
- 03 **c** Benenne und erläutere die drei Arten der Multiplikation in der Vektorrechnung. Wozu werden diese Operationen verwendet?
- 10 **2** Berechne die Lösungen folgender Gleichungen.
- 02 **a** $50x^3 - 145x^2 - 53x + 286 = 0$
- 01 **b** $x^4 + 6x^2 + 8 = 0$
- 04 **c** $12x^4 + 44x^3 - 161x^2 + 44x + 12 = 0$
- 02 **d** Formuliere den Fundamentalsatz der Algebra und erläutere dessen Inhalt.
- 01 **e** Definiere die imaginäre Einheit und ermittle jenes Polynom, das die Lösungen $x_1 = 3 + 2i$, $x_2 = 3 - 2i$, $x_3 = 3i$ besitzt. Wie werden die ersten beiden Lösungen genannt?
- 11 **3** Gegeben ist die Funktion $f(x) = x \cdot e^x$.
- 02 **a** Gib die Definitionsmenge der Funktion an und ermittle Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte und Wendetangenten. Erläutere den Begriff **Asymptote!**
- 04 **b** Entwickle für die Funktion $f(x)$ ein Taylor-Polynom 4. Grades an der Stelle $x = 0$.
- 03 **c** Zeichne die Graphen von $f(x)$ und des Taylor-Polynoms aus b im Intervall $[-4;1]$.
- 02 **d** Integriere die Funktion $f(x)$ und das unter b entwickelte Taylorpolynom in den Grenzen von 0 bis 2 und vergleiche die Ergebnisse. Wie groß ist der absolute Fehler?

- 07 **4** Überschwerer Wasserstoff ${}^3_1\text{H}$ besitzt eine Halbwertszeit von 12,33 Jahren.
- 02 **a** Berechne den Parameter λ der Zerfallsgleichung auf 8 Nachkommastellen und erkläre den Begriff der Halbwertszeit! Was sagt das Vorzeichen des Parameters über den Verlauf der Funktion aus?
- 02 **b** Berechne wie lange es dauert, bis 74 Prozent des Ausgangsmaterials zerfallen sind!
- 02 **c** Berechne wie lange es dauert, bis von 22000 Kernen 17300 zerfallen sind!
- 01 **d** Berechne die Anzahl der Ausgangskerne, wenn nach 3,7 Jahren nur mehr 3249 Kerne vorhanden sind!
- 11 **5** Die Größen von Kaiserpinguinen einer Kolonie sind normalverteilt mit $h = 52$ cm und einer Standardabweichung von 3,5 cm.
- 02 **a** Wie viel Prozent der Pinguinpopulation besitzen eine Größe zwischen 51 und 54 cm?
- 02 **b** Wie viel Prozent der Population ist kleiner als 48 cm?
- 02 **c** Wie viel Prozent der Pinguine sind größer als 50 cm? Wie viele sind das, wenn die Gruppe aus 200 Exemplaren besteht?
- 02 **d** Wie sind die Grenzen der Größe zu setzen, wenn man die kleinsten 3 Prozent und die größten 3 Prozent der Tiere als Extremwuchs bezeichnet, die keine Fortpflanzungspartner finden?
- 03 **e** Skizziere die Gauß'sche Glockenkurve und zeichne den Mittelwert und die Standardabweichung ein. Erläutere an Hand der Skizze, wobei es sich bei einem **rechten Spitz** handelt? Nenne Gründe, warum bei Berechnungen mit Normalverteilungen immer auf die standardisierte Normalverteilung zurückgegriffen wird?

Sehr Gut 45 – 48

Gut 40 – 44,75

Befriedigend 30 – 39,75

Genügend 24 – 29,75

Nicht Genügend 00 – 23,75