BORG Wr.Neustadt, Herzog-Leopold-Straße 32, 2700 Wr.Neustadt, 304036 Aufgaben für die schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik zum Frühjahrstermin 2009 8N - ORG mit ergänzendem Unterricht in Physik, Chemie und Biologie und Umweltkunde

13 **1**

- a Definiere die imaginäre Einheit, die bei Rechnungen über dem Körper der komplexen Zahlen verwendet wird. Welche Rechenoperation ist ab dieser Einführung möglich?
- b Gegeben sind die beiden komplexen Zahlen $z_1 = a + b \cdot i$ und $z_2 = c + d \cdot i$. Zeige allgemein, dass die Operationen $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$ und $z_1 \cdot z_2$ wieder zu komplexen Zahlen führen.
- c Es gilt $z_1 = 3 + 2 \cdot i$ und $z_2 = 5 2 \cdot i$. Stelle beide Zahlen in Polardarstellung dar und zeichne sie in der Gauß'schen Zahlenebene ein. Berechne weiters den Quotienten $\frac{z_1}{z_2}$! Erläutere alle Rechenschritte und begründe, warum sie so durchgeführt werden müssen. Nenne alle notwendigen Fachausdrücke!
- **d** Löse die Gleichung $2x^4 5x^3 + 4x^2 5x + 2 = 0$ über den komplexen Zahlen.
- e Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + x + c = 0$. Berechne die Lösungen für die Parameterwerte c = 0.25; -2 und 6,5. In welchem Zusammenhang stehen die Lösungen mit den entsprechenden Graphen der Gleichung. Wie wird der Ausdruck unter der Wurzel genannt?

11 2

- a Von der Spitze eines 65 Meter hohen Aussichtsturmes sieht man einen Souvenirladen unter dem Tiefenwinkel $\alpha=26,51^\circ$. Nachdem man sich um den Horizontalwinkel $\varphi=118,12^\circ$ gedreht hat, erblickt man einen Würstelstand unter dem Tiefenwinkel $\beta=12,18^\circ$. Der Fußpunkt des Turmes sowie der Laden und der Stand befinden sich in derselben Horizontalebene. Berechne den Weg, die eine Person zurücklegen muss, die nach einem kleinen Imbiss noch ein Erinnerungsstück erstehen will. Fertige eine Skizze an!
- b Zeige mittels Skizzen und Erläuterungen, worum es sich bei einem Tiefen-, einem Höhen-, einem Komplementär- und einem Supplementärwinkel handelt. Welche trigonometrischen Zusammenhänge gelten nur in einem rechtwinkeligen Dreieck, welche in jedem beliebigen Dreieck? Nenne diese mit Namen und in Formelschreibweise!
- c Gegeben ist ein Viereck mit den Eckpunkten A(2/2), B(-1/0), C(1/-3) und D(4/-1). Zeige, dass es sich bei diesem Viereck um ein Quadrat handelt!

BORG Wr.Neustadt, Herzog-Leopold-Straße 32, 2700 Wr.Neustadt, 304036 Aufgaben für die schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik zum Frühjahrstermin 2009 8N - ORG mit ergänzendem Unterricht in Physik, Chemie und Biologie und Umweltkunde

- 3 Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x+1) \cdot e^{-x}$.
- a Gib die Definitionsmenge der Funktion an und ermittle Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte und Wendetangenten. Zeichne die Graphen von f(x) im Intervall [-1,5;4].
- b Berechne den Flächeninhalt jener Fläche die von der x-Achse, dem Graphen der Funktion und der senkrechten Geraden x = 4 eingeschlossen wird.
- c Die Funktion f(x) wird von der Funktion $g(x) = x^2 1$ in zwei Punkte geschnitten. Zeichne die Funktion g(x) in zuvor angefertigtes Koordinatensystem ein und berechne diese beiden Schnittpunkte mittels Newton'schen Näherungsverfahren (Die Startwerte sind aus dem Graphen ablesbar). Die Genauigkeit soll 10^{-5} betragen.
- 4 Die Massen von Weihnachtskarpfen in einem Teich sind normalverteilt mit m = 2,3 kg und einer Standardabweichung von 270 g.
- a Wie viel Prozent der Karpfenpopulation besitzen eine Masse zwischen 2,1 und 2,4 kg?
- b Wie viel Prozent der Karpfen weisen eine Masse von mehr als 2,5 kg auf? Wie viele sind das, wenn die Anzahl der Fische in dem Teich aus 1230 Exemplaren besteht?
- c Wie sind die Grenzen der Masse zu setzen, wenn man die kleinsten 4 Prozent und die größten 4 Prozent der Exemplare als zu Weihnachten unverkäuflich betrachtet, weil sie entweder zu klein oder zu groß für das Festessen sind?
- d Worin besteht der Unterschied zwischen einer diskreten und einer kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsverteilung? Welche vier notwendigen Eigenschaften besitzt die Normalverteilung, um als eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zu gelten? Erläutere diese!

Sehr gut 45 – 48	Gut 40 – 44,75	Befriedigend 30 – 39,75	Genügend 24 – 29,75	Nicht genügend 00 – 23,75