

Allgemeines

- Abkürzungen für Unbekannte und Parameter können von den Schülern beliebig gewählt werden.
- Prozentangaben werden auf zwei Nachkommastellen gerundet.
- Äquivalenzumformungsschritte von Gleichungen müssen nicht angegeben werden.
- Alle Definitionen und Begründungen, sowie Theorieantworten können in Sätzen oder Stichworten gegeben werden.
- Bei Berechnung der Ergebnisse für die Normalverteilung dürfen gerundete Werte verwendet werden. Durch Verwendung unterschiedlich genauer Verteilungsfunktionswerte der Normalverteilung kann es zu leicht abweichenden Ergebnissen kommen.
- Gleichungssysteme können auf beliebige Art gelöst werden.

09 **1**

05 **a**

Verwendung der Winkel als Höhenwinkel (Z-Regel) oder Berechnung mittels Komplementärwinkel (hier durchgeführt).

$$\alpha' = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 5,88^\circ = 84,12^\circ$$

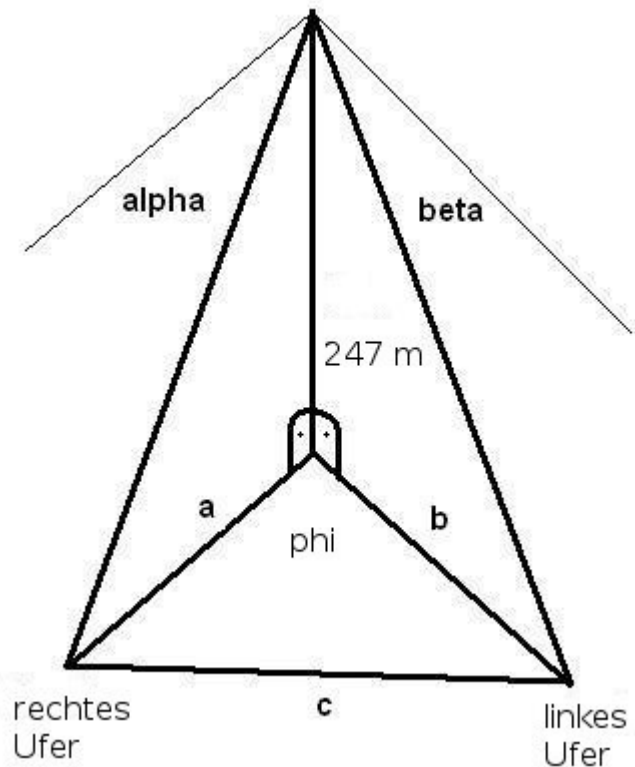
$$\beta' = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 5,23^\circ = 84,77^\circ$$

$$\tan \alpha' = \frac{a}{247} \rightarrow a = 247 \cdot \tan \alpha' \sim 2398 \text{ m}$$

$$\tan \beta' = \frac{b}{247} \rightarrow b = 247 \cdot \tan \beta' \sim 2698 \text{ m}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \phi} \sim 750 \text{ m}$$

A: Die Eisenbahnbrücke ist ungefähr 750 Meter breit.



02 **b** $750 - 450 = 300 \text{ m}$

A: Die Donaubreite an der Eisenbahnbrückenstelle beträgt rund 300 Meter.

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v}; \quad 70 \text{ km/h} \hat{=} 19,44 \text{ m/s}; \quad t = \frac{750}{19,44} \sim 39 \text{ s}$$

A: Der Triebwagen benötigt ungefähr 39 Sekunden zur Brückenüberquerung.

- 02 c In einem rechtwinkligen Dreieck gelten folgende Zusammenhänge von denen **vier** genannt werden sollen: Definition des Sinus', Definition des Cosinus', Definition des Tangens', Pythagoräischer Lehrsatz, Sinussatz, Cosinussatz, Winkelsumme von 180°

12 **2**

02 a $x^4 - 3x^2 - 10 = 0$

$$\begin{aligned}x^2 &= u \\ u^2 - 3u - 10 &= 0 \\ u_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 10} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{3}{2} \pm \frac{7}{2} \\ u_1 &= \frac{10}{2} = 5 \rightarrow u_1 = 5 = x^2 \rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{5} \\ u_2 &= -\frac{4}{2} = -2 \rightarrow u_2 = -2 = x^2 \rightarrow x_{3,4} = \pm\sqrt{2} \cdot i \\ L &= \left\{ \pm\sqrt{5}; \pm\sqrt{2} \cdot i \right\}\end{aligned}$$

- 04 b Antworten mit den Fachtermini: symmetrisch, ungeraden oder dritten Grades, eine Lösung, minus oder plus 1, Kehrwert

$$4x^3 + 21x^2 + 21x + 4 = 0 \rightarrow \text{Ausprobieren von } -1 \text{ oder } +1 \text{ als Lösung; } x_1 = -1$$

$$(4x^3 + 21x^2 + 21x + 4) : (x + 1) = 4x^2 + 17x + 4$$

$$4x^2 + 17x + 4 = 0$$

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{-17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{-17 \pm 15}{8}$$

$$x_2 = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$x_3 = -\frac{32}{8} = -4$$

$$L = \left\{ -4; -1; -\frac{1}{4} \right\}$$

03 c $6^x - 2^x = 2^{x+3}$

$$6^x = 2^{x+3} + 2^x$$

$$6^x = 2^x \cdot (2^3 + 1) \text{ andere Formen des Heraushebens möglich}$$

$$6^x = 2^x \cdot 9$$

$$\ln 6^x = \ln(2^x \cdot 9)$$

$$x \cdot \ln 6 = x \cdot \ln 2 + \ln 9$$

$$x \cdot \ln 6 - x \cdot \ln 2 = \ln 9$$

$$x \cdot (\ln 6 - \ln 2) = \ln 9$$

$$x = \frac{\ln 9}{\ln 6 - \ln 2} = 2$$

$$L = \{2\}$$

03 d $y' \cdot x^2 = y$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x^2 = y$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$\ln y = -\frac{1}{x} + C$$

$$y = e^{-\frac{1}{x} + C} = e^{-\frac{1}{x}} \cdot e^C = K \cdot e^{-\frac{1}{x}}$$

Einsetzen Anfangsbedingung: $1 = K \cdot e^{-\frac{1}{1}} \rightarrow 1 = K \cdot e^{-1} \rightarrow K = e$

$$y = e \cdot e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x} + 1}$$

Antwort mit den Fachtermini: Zahl, Funktion oder Funktionenschar beziehungsweise Funktionenbüschel

16 **3**

01 a $n=50$, $k=13$, $p=0,3147$, $q=(1-p)=1-0,3147=0,6853$

$$P(X=13) = \binom{50}{13} \cdot 0,3147^{13} \cdot 0,6853^{50-13} = \binom{50}{13} \cdot 0,3147^{13} \cdot 0,6853^{37} =$$

$$= 3,548605186 \cdot 10^{11} \cdot 0,000000297 \cdot 0,000000846 = 0,089162964 \hat{=} 8,92\%$$

A: Die Wahrscheinlichkeit genau 13 Personen gesuchten Alters zu finden, beträgt 8,92 %.

01 b $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{50}{0} \cdot 0,3147^0 \cdot 0,6853^{50} = 1 - 0,00000006 = 0,999999994 \sim 100\%$

A: Die Wahrscheinlichkeit mindestens 1 Person gesuchten Alters zu finden, beträgt rund 100 %.

03 c

$$\begin{aligned}
 1 - (1 - p)^n &> w \\
 1 - (1 - 0,3147)^n &> 0,9 \\
 1 - 0,6853^n &> 0,9 \\
 -0,6853^n &> -0,1 \\
 0,6853^n &< 0,1 \\
 \ln 0,6853^n &< \ln 0,1 \\
 n \cdot \ln 0,6853 &< \ln 0,1 \\
 n > \frac{\ln 0,1}{\ln 0,6853} &\sim 6,093 \dots \rightarrow 7
 \end{aligned}$$

A: Mindestens 7 Personen müssen befragt werden.

01 d Erwartungswert $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0,3147 = 15,735 \sim 16$

Varianz $V(X) = n \cdot p \cdot q = 50 \cdot 0,3147 \cdot 0,6853 = 10,7831955 \sim 11$

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{V(X)} = 3,283777626 \sim 3,3$

03 e

$$\begin{aligned}
 P(12 \leq X \leq 20) &= P\left(\frac{12 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{20 - \mu}{\sigma}\right) = P(-1,14 \leq Z \leq 1,30) = \Phi(1,30) - \Phi(-1,14) = \\
 &= \Phi(1,30) - (1 - \Phi(1,14)) = \Phi(1,30) + \Phi(1,14) - 1 = 0,90320 + 0,87286 - 1 = 0,77606 \hat{=} 77,61 \%
 \end{aligned}$$

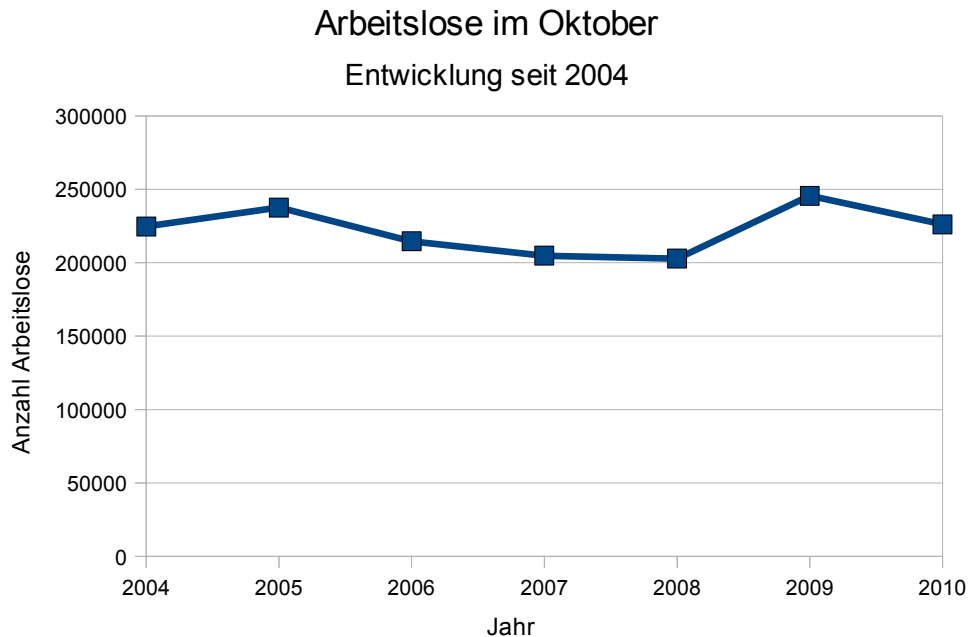
A: Die Wahrscheinlichkeit zwischen 12 und 20 Personen zu finden, beträgt 77,61 %.

$$P(X \geq 25) = P\left(Z \geq \frac{25 - \mu}{\sigma}\right) = P(Z \geq 2,82) = 1 - \Phi(2,82) = 1 - 0,99760 = 0,0024 \hat{=} 0,24 \%$$

A: Die Wahrscheinlichkeit mehr als 25 Personen zu finden, beträgt 0,24 %.

05 f Antwort mit den Fachtermini: Achsen, Achsenbeschriftung, Niveau/Nullpunkt y-Achse, fehlende Datenpunkte – hier sind inhaltsgleiche, jedoch anders formulierte Antworten ebenfalls korrekt.

Graph:



- 02 **g** Antwort mit den Fachtermini: Streckung/Stauchung x -/ y -Achse, Auslassung von Datenpunkten, Ein-/Ausschalten eines Gitters, Unterschiedliche Skalierung zwischen Datenpunkten auf der x -/ y -Achse, Glättung von Kurven – weitere Antworten sind möglich und daher richtig

11 **4**

- 03 **a** $h(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

Datum, Uhrzeit [dd.mm, hh:mm]	Wasserhöhe [m]	<i>Datenpunkt</i>
14.01, 00:00	7,00	<i>(0/7)</i>
14.01, 08:00	7,70	<i>(8/7,7)</i>
14.01, 11:30	7,80	<i>(11,5/7,8)</i>

I: $7 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$

II: $7,7 = a \cdot 8^2 + b \cdot 8 + c$

III: $7,8 = a \cdot 11,5^2 + b \cdot 11,5 + c$

I: $7 = c$

II: $7,7 = a \cdot 64 + b \cdot 8 + c$

III: $7,8 = a \cdot 132,25 + b \cdot 11,5 + c$

II: $0,7 = a \cdot 64 + b \cdot 8$

III: $0,8 = a \cdot 132,25 + b \cdot 11,5$

$$11,5 \cdot \text{II}: 8,05 = a \cdot 736 + b \cdot 92$$

$$(-8) \cdot \text{III}: -6,4 = a \cdot (-1058) - b \cdot 92$$

$$11,5 \cdot \text{II} + 8 \cdot \text{III}: 1,65 = -322 \cdot a \rightarrow a = -0,005124334 \sim -0,00512$$

$$b = \frac{8,05 - 736 \cdot a}{92} = 0,128493789 \sim 0,12849$$

$$\rightarrow h(t) = -0,00512 \cdot t^2 + 0,12849 \cdot t + 7,00000$$

02 **b** $h(t) = -0,00512 \cdot t^2 + 0,12849 \cdot t + 7,00000$

$$h'(t) = -0,01024 \cdot t + 0,12849$$

$$h'(t) = 0$$

$$-0,01024 \cdot t + 0,12849 = 0$$

$$t = \frac{0,12849}{0,01024} = 12,54785156 \sim 12,5$$

A: Die Donau erreicht ihren höchsten Stand am 14.01.2011 um ca. 12:30 Uhr.

02 **c** 14.01. 19 Uhr $\rightarrow h(19) \sim 7,59$ m A: Der Wasserstand am 14.01. um 19:00 Uhr beträgt rund 7,59 m.

15.01. 02 Uhr $\rightarrow h(26) \sim 6,88$ m A: Der Wasserstand am 15.01. um 02:00 Uhr beträgt rund 6,88 m.

02 **d** $2,5 \text{ km/h} \hat{=} 2500 \text{ m/h}$

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \frac{a+c}{2} \cdot v \cdot \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt = \frac{300+100}{2} \cdot 2500 \cdot \int_0^{24} -0,00512 \cdot t^2 + 0,12849 \cdot t + 7 dt = \\ &= 500000 \cdot \left(-\frac{0,00512}{3} \cdot t^3 + \frac{0,12849}{2} \cdot t^2 + 7 \cdot t \right) \Big|_0^{24} = \\ &= 500000 \cdot [(-23,59296 + 37,00512 + 168) - 0] = 500000 \cdot 181,41216 = 90706080 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

A: Am 14.01.2011 flossen an der Messstelle Kienstock rund 90.706.080 Kubikmeter Wasser vorbei.

01 **e** Antwort mit den Fachtermini: Unbekannte, Platzhalter, Zahl

$$\Phi(t) : \text{Parameter: } a, c, v ; \text{Variable: } t$$

01 **f** Antwort mit den Fachtermini: Summe, Höhe, Zeit(raum)

Es werden folgende Korrekturzeichen verwendet:

A (Ausdrucksfehler, Theorieteil)

AF (Angabe- oder Abschreibefehler)

Auslassung bzw. Teile fehlen

DF (Denkfehler)

FF (Folgefehler)

korrekt gelöst

nach Folgefehler korrekt gelöst

nicht nachvollziehbarer Rechenschritt

RF (Rechenfehler)

Rechtschreibfehler bei Fachausdruck

siehe dort (selbe Markierung)

VZ (Vorzeichenfehler)