Name:

Datum:

Dieses Arbeitsblatt soll Dir das Arbeiten mit Termen näher bringen! Wie in der Mathematik üblich gibt es auch hier bestimmte Rechenregeln, mit denen man zur Lösung gelangen kann. Führe die unter **A** angegeben Aufgaben mit Hilfe von *Derive* durch! Du hast dafür 2 Stunden Zeit! Verwende Dein Hausübungsheft! Klebe diesen Angabezettel zuvor ins Heft!

1 Addieren und Subtrahieren von einfachen Termen

Da Mathematiker wie Du bereits weißt faule Menschen sind, versuchen sie alles so kurz wie möglich zu schreiben. Der Ausdruck $2a+3b-c+4a-2b+2c$ ist viel zu lang. Dieser Ausdruck lässt sich zu $6a+b+c$ vereinfachen.

A1 Bearbeite mit *Derive* folgende Ausdrücke!

$2a+2b-3c+a-4b+5c=$
$f+h-4g+f-h+6g=$
$3\Pi+2\Phi-2\Lambda+\Pi-\Phi+6\Lambda=$

Leite aus Deinen Beobachtungen eine Rechenregel für das Rechnen mit Variablen her! Wie könnte so ein Gesetz allgemein formuliert werden? Verwende so viele mathematische Fachausdrücke wie möglich! In der dritten Gleichung kommen ungewöhnliche Symbole vor, die Dich nicht schrecken sollen! In der Mathematik können die komischsten Symbole verwendet werden und trotzdem stimmen die Rechenregeln!

Oft passiert es, dass Klammern in Termen auftauchen! Wiederhole, welche Arten von Klammern existieren und warum Klammern eigentlich gesetzt werden müssen und in welcher Reihenfolge dann die Rechenoperationen durchgeführt werden!

A2 Bearbeite mit *Derive* folgende Ausdrücke! Achtung bei der Verwendung der Klammerarten!

$-\{2-[4-(3+a)-a]+2\}+3$
$2a+2b-(3c+a-4b)+5c=$
$f+h-(4g+f-h)+6g=$

Wodurch unterscheidet sich das Ergebnis von obigen Ergebnissen? Was fällt Dir hier auf? Formuliere eine Regel so, als würde sie einem Mathematiklehrbuch entstammen und beschreibe diese an Hand eines eigenen von Dir selbst erfundenen Beispieles!

2 grundlegendes Rechnen mit Potenzen

A3 Vereinfache mit *Derive* folgende Ausdrücke!

$a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a=$

$a^2 \cdot a^4 =$
$a^3 \cdot a^3 =$

Was fällt Dir auf ? Versuche Deine Erkenntnisse auf das Beispiel $u^3 \cdot u^5 \cdot u$ anzuwenden. Worauf muss man hier besonders aufpassen!
Kann man $(a \cdot b)^2 \cdot (a \cdot b)^4$ und $(s \cdot t)^3 \cdot (t \cdot s)^6$ auf dieselbe Art wie oben lösen? Welchen Rechenschritt führt *Derive* beim Vereinfachen gleich mit durch? Kann man von diesem Rechenschritt auf eine allgemeine Regel schließen?

A4 Verwende *Derive*, um folgende Ausdrücke zu vereinfachen!

$(a^2)^2 =$
$(a^3)^5 =$
$(a^x)^{2 \cdot y} =$

Pass genau bei der Eingabe des dritten Beispieles auf. Welche zusätzliche Information muss *Derive* bei der Eingabe bekommen? Welche Regel lässt sich für diese Beispiele finden und welche Eigenart zeigt *Derive* beim dritten Beispiel?

3 Multiplikation von einfachen Klammerausdrücken

Bei der Multiplikation von Klammerausdrücken ist Vorsicht erbeten, weil man leicht Terme vergessen kann.
A5 Untersuche mittels des *Derive*befehls EXPAND an Hand von

$a \cdot (b + c) =$
$(a + b) \cdot (c - d) =$
$(a + b) \cdot (c + d) \cdot (e + f) =$

auf welche Art Klammern multipliziert werden. Überprüfe das Ergebnis per Rechnung mit der Hand. Finde wiederum ein Gesetz und formuliere dieses soll allgemein wie möglich (wie immer) unter der Verwendung von mathematischen Fachausdrücken. Achte wiederum auf die Rechenzeichen!

Gibt es einen Unterschied zwischen $a \cdot (b + c)$ und $a \cdot (b \cdot c)$? Welchen? Wie darf bei dem zweitem Ausdruck auf **keinen** Fall vorgegangen werden? Kontrolliere mittels *Derive*!

4 Binome

Als Binome werde zweigliedrige Ausdrücke bezeichnet. Werden diese Ausdrücke quadriert, verwendet man üblicherweise bestimme Formeln. Diese lauten wie folgt:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (-a - b) \cdot (-a - b) = (-a - b)^2$$
$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (-a + b) \cdot (-a + b) = (-a + b)^2$$
$$(a + b) \cdot (a - b) = (a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

Für $a^2 + b^2$ existiert keine Zerlegung.

A6 Überprüfe mittels der *Derive*befehle EXPAND und FACTOR, ob die oben angegebenen Beziehungen wirklich stimmen! Berechne folgende Binome händisch und überprüfe mittels Derive Deine Ergebnisse!

$(7-4z)^2 =$
$(u+r)^2 =$
$(-x-7)^2 =$
$(-x+2)^2 =$

Finde einen Zusammenhang zwischen den Vorzeichen in den Binomen und dem Vorzeichen des *gemischten* Terms $2 \cdot a \cdot b$! Was fällt Dir auf?

Dokumentationsteil

Name: Kittel Matthias
Matrikelnummer: 9502020
Datum: 22 05 06; 09 06 06
Ort: C204, Computerlabor; Home-PC
PS zur Schulmathematik 2 – Elementare Algebra
Arbeitsauftrag: Erstellung eines Arbeitsblattes zu ***Rechenregeln für das Arbeiten mit Termen*** in der 3.Klasse AHS-Unterstufe. Folgende Punkte sollen bearbeitet werden:

- Addieren und Subtrahieren von einfachen Termen mit und ohne Klammerausdrücke
- grundlegendes Rechnen mit Potenzen
- Multiplikation von Klammerausdrücken der Form $(a+b)\cdot(c+d)$
- Quadrieren von Polynomen, Erkennen von Quadratausdrücken

1 Addieren und Subtrahieren von einfachen Termen

Derive liefert
$2a+2b-3c+a-4b+5c=3a-2b+2c$
$f+h-4g+f-h+6g=2f+2g$
als Ergebnis.
Die Schüler sollen formulieren, dass Vielfache von Variablen addiert und subtrahiert werden, indem man die Faktoren der Variablen addiert und subtrahiert. Es soll versucht werden, Ausdrücke wie **addieren**, **Faktor** und **Variable** anstatt **zusammenzählen**, **Zahl vor dem a** und **Dings, das ich nicht weiß** zu verwenden. Beispiel drei ist nur als Auflockerung und zum Kennen lernen der griechischen Buchstaben gedacht.

Derive liefert
$2a+2b-(3c+a-4b)+5c=a+6b+2c$
$f+h-(4g+f-h)+6g=2g+2h$.
Bei der Verwendung der Klammerarten ist darauf zu achten, dass *Derive* bei Termausdrücken nur die Verwendung von runden Klammern zulässt! Die Verwendung von anderen Klammerarten erfolgt nur auf Grund klarerer Struktur. Die Schüler sollen erkennen, dass ein Minus als Rechenzeichen vor der Klammer zu einer Abänderung der Rechenzeichen in der Klammer führt. Die bekannte Regel **Ein Minus vor der Klammer dreht die Rechenzeichen in der Klammer** um soll formuliert werden. Wieder ist auf eine korrekte Verwendung von mathematischen Fachausdrücken zu achten!
Das (Er)finden eines eigenen Beispieles soll helfen zuvor hergeleitete Regel zu verinnerlichen!

2 grundlegendes Rechnen mit Potenzen

Derive liefert bei allen drei Ausdrücken a^6. Die Schüler sollen herausfinden, dass man Potenzen multipliziert, indem man die Exponenten addiert. Bei der Lösung des Beispieles ist besonders darauf zu achten, dass bei der Multiplikation mit u eigentlich u^1 gemeint ist und eben 1 entsprechende addiert werden muss! Auf diesem Sachverhalt sollen die Schüler explizit hinweisen!
Zuvor gefundene Rechenregel ist auch auf Produkte von Potenzen anwendbar. Bei zweitem Beispiel sollen die Schüler erkennen, dass *Derive* das Kommutativgesetz für die Multiplikation anwendet und Variablen alphabetisch angeordnet werden. Die Schüler sollen ebenfalls erkennen, dass *Derive* automatisch Produkte von Potenzen auspotenziert, indem jeder Faktor mit dem Exponenten potenziert wird!

Derive liefert a^4 und a^{15}. Aus diesem Ergebnissen sollen die Schüler folgende Regel extrahieren: **Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten (Hochzahlen) multipliziert.** Wiederum soll auf die entsprechenden Fachausdrücke geachtet werden.

Beim dritten Beispiel ist darauf zu achten, dass die Eingabe $\left(a^2\right)^{(2\cdot y)}$ lauten muss, weil das CAS diese sonst als $\left(a^2\right)^2 \cdot y$ interpretiert. Die Schüler sollen erkennen, dass *Derive* (wie auch *Mathematica*) bei diesem Beispiel die Exponenten nicht multipliziert, sondern die Eingabe unverändert lässt. Eine Sachen, die von den Schülern besser gelöst wird, als am Computer; eine nette Erfahrung.

3 Multiplikation von einfachen Klammerausdrücken

Die drei Beispiele sind klassische Beispiele für die Verwendung von CAS, da es sich eigentlich um *Rechenarbeit* handelt, die man nur ungern händisch erledigen will. Nichtsdestotrotz soll die Übung nicht zu kurz kommen, aus diesem Grund die Überprüfung. Die Schüler sollen formulieren, dass **jeder Summand einer Klammer mit einem Summanden einer anderen Klammer multipliziert** werden muss.

Bei dem vierten Beispiel soll darauf geachtet werden, dass beim zweiten Ausdruck **nicht gliedweise** auszumultiplizieren ist!

4 Binome

Eingabe von EXPAND($(a+b)^2$) und EXPAND((a + b)·(a + b)) soll $a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$ liefern, umgekehrt gilt für FACTOR($a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$) als Ergebnis $(a+b)^2$. Analog für die anderen binomischen Formeln.
Händische Berechnung im Heft und Überprüfung mittels *Derive* sollen

$$(7-4z)^2 = 49-56z+16z^2$$
$$(u+r)^2 = u^2+2ur+r^2$$
$$(-x-7)^2 = x^2+14x+49$$
$$(-x+2)^2 = x^2-4x+4$$

liefern.
Die Schüler sollen Folgendes herausfinden: beide Summanden des Binoms positiv -> gemischter Term positiv, beide Summanden des Binoms negativ -> gemischter Term positiv, unterschiedliche Vorzeichen der Summanden -> gemischter Term negativ