

Physikalische Treiber-Mechanismen

Kittel Matthias

06 11 01 - WS 01/02 - Seminar Stellarer
Massenverlust

Sound wave driven winds

Maseteilchen in einem oszillierenden Feld

$$m d^2 r / dt^2 = f(r) = -m d\varphi(r) / dr \quad (1)$$

mit $\varphi(r)$ als Potential zur Kraft $f(r)$. Auf das Teilchen wirkt auch die schnell oszillierende Kraft $g(r) \cos(\omega t)$, mit einer Schwingungsperiode von $\tau = 2\pi/\omega$. Das führt zu

$$m d^2 r / dt^2 = f(r) + g(r) \cos \omega t \quad (2)$$

$r(t)$ lässt sich nun als $r(t) = \bar{r}(t) + \delta(r, t)$ mit $\delta(r, t) = \xi(r) \cos \omega t$ schreiben. Die Bewegungsgleichung lässt sich nun als

$$md^2\bar{r}(t)/dt^2 + md^2\delta/dt^2 = f(\bar{r}) + \delta(\bar{r})\frac{df}{d\bar{r}} + g(\bar{r})\cos\omega t + \delta(r)\frac{dg}{d\bar{r}}\cos\omega t \quad (3)$$

schreiben. Substitution liefert nun

$$md^2\bar{r}/dt^2 - m\omega^2\xi(\bar{r})\cos\omega t = f(\bar{r}) + \{\xi(\bar{r})\frac{df}{d\bar{r}} + g(\bar{r})\}\cos\omega + \xi(\bar{r})\left(\frac{dg}{d\bar{r}}\right)\cos^2\omega t \quad (4)$$

Wenn man nun den zeitlichen Mittelwert jedes Termes über die Periode $2\pi/\omega$ nimmt, verschwinden die Terme mit $\cos\omega t$. Die mittlere Bewegung ist somit durch

$$md^2\bar{r}/dt^2 = f(\bar{r}) + \frac{1}{2}\zeta(\bar{r})\frac{dg}{d\bar{r}} \quad (5)$$

definiert. Im Vergleich mit Gleichung (1) ist somit ein Term, der die Schwingungskraft beschreibt hinzugekommen. Unter der Annahme, dass nur kleine Auslenkungen vorkommen und der Beziehung

$$\xi(\bar{r}) = -g(\bar{r})/m\omega^2 \quad (6)$$

gelangt man zu

$$\begin{aligned} md^2\bar{r}/dt^2 &= f(\bar{r}) - (m\omega^2/2)\zeta(\bar{r})d\zeta/dr = \\ &= -\frac{d}{dr}\left\{m\varphi(\bar{r}) + \frac{m\omega^2}{4}\zeta^2(\bar{r})\right\} \quad (7) \end{aligned}$$

Die Bewegungsgleichung des Teilchens in Termen der Energieerhaltung geschrieben, ist nun

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\langle v_{osc}^2 \rangle + m\varphi(r) = const \quad (8)$$

Das bedeutet, dass man kinetische Energie der Oszillation in kinetische Energie des Flusses umwandeln kann, wenn die Amplitude der Oszillation mit der Entfernung abnimmt. Es lässt sich der Wellendruck P_w definieren:

$$P_w = \frac{1}{2}\rho\langle v_{osc}^2 \rangle \quad (9)$$

Als essentielle Größen für schallwellengetriebene Wind lassen sich die *wave action density* und die *acoustic wave luminosity* definieren:

$$\mathcal{A} \equiv E(\omega) \frac{\omega}{(\omega - kv)} \quad (10)$$

$$L_{ac} = 4\pi r^2 v_g E(\omega) \frac{\omega}{\omega - kv} \quad (11)$$

Die Impulsgleichung eines schallwellengetriebenen Windes lautet:

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dr} + \frac{GM_\star}{r^2} = 0 \quad (12)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung lässt sich ableiten, dass der kritische Punkt eines schallwellengetriebenen Windes dieselbe Position hat, wie ein Wind ohne Wellendruck. Für die Massenverlustrate spielt der Wellendruck keine große Rolle. Dies alles gilt aber nur, wenn die *acoustic wave luminosity* konstant bleibt, es also zu keiner Dissipation kommt. Durch Dissipation von Wellenenergie wird der Wind aufgeheizt

und die dynamische und thermale Struktur beeinflusst.

Staubgetriebene Winde

Effizienz der Impulsbertragung:

$$\eta = \frac{\dot{M}u_{\infty}}{L_{\star}/c} \quad (13)$$

mit u_{∞} Endgeschwindigkeit des Windes, Sternleuchtkraft L_{\star} und Massenverlust \dot{M} .

single scattering limit: $\eta = 1$

$$\dot{M}_{max,1} = \frac{L_{\star}}{u_{\infty}c} \quad (14)$$

Leuchtkraft eines Windes:

$$L_w = \frac{1}{2} \dot{M} u_\infty^2 \quad (15)$$

aus $\dot{M} = \dot{M}_{max,1}$ folgt

$$L_w = \frac{1}{2} L_\star \frac{u_\infty}{c} \quad (16)$$

mit $\frac{u_\infty}{c} \ll 1$

Die stationäre Impulsbilanz eines Windes ist wie folgt:

$$u \frac{du}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + \frac{GM_\star}{r^2} = g_{rad} = \Gamma_d \frac{GM_\star}{r^2} \quad (17)$$

Multiplikation der Gleichung mit der differentiellen Masse und anschließende Integration unter der Annahme, dass der Schallpunkt r_s , Staubbkondensationspunkt r_c und Staubbildungsradius r_d am gleichen Ort liegen, bekommt man:

$$\int_{R_\star}^{\infty} 4\pi\rho r^2 u \frac{du}{dr} dr + \int_{R_\star}^{r_s} \left[\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + \frac{GM_\star}{r^2} \right] dm + \int_{r_s}^{\infty} \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} dm + \int_{r_s}^{\infty} \frac{GM_\star}{r^2} (1 - \Gamma_d) dm = 0 \quad (18)$$

Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung in sphärischer Geometrie und Verwendung des Massenverlustes \dot{M} als Integrationskonstante bekommt man für den ersten Term in Gleichung (18)

$$\int_{R_\star}^{\infty} \dot{M} \frac{du}{dr} dr = \dot{M} u_\infty \quad (19)$$

der zweite (hydrostatisches Gleichgewicht), als auch der dritte (keine signifikanten Druckgradienten) Term können weggelassen werden, sodass folgende Gleichung übrigbleibt:

$$\dot{M}u_\infty + \int_{r_s}^{\infty} 4\pi\rho GM_\star(1 - \Gamma_d)dr = 0 \quad (20)$$

fr Γ_d konstant jenseits des Schallpunktes, gilt:

$$\dot{M}u_\infty = 4\pi GM_\star \int_{r_s}^{\infty} \frac{(\Gamma_d - 1)\Gamma_d}{\Gamma_d} \rho dr \quad (21)$$

Mit

$$\Gamma_d = \frac{\bar{\kappa}L_\star}{4\pi cGM_\star} \quad (22)$$

und der optischen Tiefe τ_W im Wind

$$\tau_W = \int_{r_s}^{\infty} \bar{\kappa} \rho dr \quad (23)$$

findet man

$$\dot{M}u_{\infty} = \frac{L_{\star} \Gamma_d - 1}{c \Gamma_d} \tau_W \quad (24)$$

Limits der Massenverlustraten von staubgetriebenen Winden
unters Limit:

$$\dot{M}_{min} = 6.6 \times 10^{-8} \left(\frac{M_{\star}}{M_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{L_{\star}}{10^4 L_{\odot}} \right)^{-1} M_{\odot} yr^{-1} \quad (25)$$

oberes Limit:

$$\dot{M}_{max} \approx 1.1 \times 10^{-5} \left\{ \frac{\tau_{Ros}(tot)}{10} \right\} * \left\{ \frac{L_{\star}}{10^{4.5} L_{\odot}} \right\}^{0.5} \left\{ \frac{T_{eff}}{2500K} \right\}^{-2} M_{\odot} yr^{-1} \quad (26)$$

Liniengetriebene Winde

Nach der Absorption hat das Atom mit der Geschwindigkeit v_r' den Impuls des Photons aufgenommen:

$$mv_r' = mv_r + \frac{h\nu}{c} \quad (27)$$

Das Atom gibt nun wieder ein Photon ab:

$$mv_r'' = mv_r' - \frac{h\nu'}{c} \cos\alpha \quad (28)$$

Für einen Beobachter und unter den Annahmen $v \ll c$ und $h\nu_0 \ll mc$, gilt für die radiale Geschwindigkeitskomponente des Atoms

$$v_r'' - v_r = \frac{h\nu_0}{mc} (1 - \cos\alpha), \quad (29)$$

wobei ν_0 die charakteristische Frequenz des Atomzustandes ist. Der mittlere Impulsübertrag durch Streuung von Photonen in radiale Richtung ist:

$$\begin{aligned} \langle \Delta mv \rangle &= \\ &= \frac{h\nu_0}{c} \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \cos\alpha) 2\pi \sin\alpha d\alpha = \\ &= \frac{h\nu_0}{c} \quad (30) \end{aligned}$$

Unter der Annahme, dass der Wind nur durch radiative Beschleunigung einer einzelnen Absorptionslinie getrieben wird, ist die gesamte photosphärische Strahlungsenergie pro Sekunde

$$L_{abs} = \int_{\nu_0}^{\nu_0(1+\nu_\infty/c)} 4\pi R_\star^2 \mathcal{F}_\nu d\nu \quad (31)$$

wobei \mathcal{F} der Fluss an der Sternoberfläche ist.

Der Massenverlust kann durch

$$\dot{M} \simeq N_{eff} 0.62 L/c^2 \simeq L/c^2 \quad (32)$$

abgeschätzt werden, wobei N_{eff} die Anzahl der Linien angibt.

Alfvénwellengetriebene Winde

$$v(r, t) = v(r)\hat{e}_r + \delta v(r, t)\hat{e}_\phi \quad (33)$$

$$B(r, t) = B(r)\hat{e}_r + \delta B(r, t)\hat{e}_\phi \quad (34)$$

Mit den Gleichungen für Massen- und Impulserhaltung in Vektorschreibweise, der Verwendung von Ampères Gesetz und und der Angabe der mittleren Bewegung, gelangt man zu

$$v \frac{dv}{dr} - \frac{\langle (\delta v)^2 \rangle}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{GM_\star}{r^2} + \frac{1}{8\pi\rho r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \langle (\delta B)^2 \rangle) = 0 \quad (35)$$

Die anderen Winkelkomponenten der Impulsgleichung werden analog berechnet. Unter der Einbeziehung von Faradays Gesetz und der Approximation des eingefrorenen Flusses, gelangt man zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\delta B) - B \frac{\partial}{\partial r}(\delta v) + v \frac{\partial}{\partial r}(\delta B) - \\ + \frac{1}{r}(v\delta B - B\delta v) - \frac{v\delta B}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Daraus erhält man nun die radiale Impulsgleichung:

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{dr} \left(\frac{\langle \delta B^2 \rangle}{8\pi} \right) + \frac{GM_\star}{r^2} = 0 \quad (37)$$

Unter der Annahme der kalten Atmosphäre erhält man folgende Impulsgleichung

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dp_B}{dr} + \frac{GM_\star}{r^2} = 0 \quad (38)$$

Literatur

Lamers & Cassinelli, 1999 Introduction to Stellar Winds, Cambridge University Press, Cambridge

Pijpers F.P., 1991 The Dynamics of the winds of cool giants and supergiants, Dissertation

van Loon Jacco, 1999 Mass Loss and Evolution of Asymptotic Giant Branch Stars in the Magellanic Clouds, Dissertation

Gautschy A., Hydrodynamic Phenomena in stars, Vorlesung, gehalten am Institut für Astronomie der Universität Wien WS 99/00

Dorfi E., Physik der Sterne am asymptotischen Riesenast, Vorlesung, gehalten am Institut für Astrophysik der Universität Innsbruck WS 00/01